

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

A. Kemampuan Representasi Matematis

1. Pengertian Representasi

Cai, Lane dan Jakabcsin (Suparlan, 2005: 11) menyatakan bahwa representasi merupakan cara yang digunakan seseorang untuk mengemukakan jawaban atau gagasan matematis yang bersangkutan. Ragam representasi yang sering digunakan dalam mengkomunikasikan matematika antara lain tabel (*tables*), gambar (*drawing*), grafik (*graph*), ekspresi atau notasi matematis (*mathematical expressions*), serta menulis dengan bahasa sendiri baik formal maupun informal (*written text*).

Menurut Goldin 2002 (Hasanah, 2004:19) representasi adalah suatu konfigurasi atau bentuk atau susunan yang dapat menggambarkan, mewakili atau melambangkan sesuatu dalam suatu cara. Contohnya suatu cara dapat menggambarkan suatu objek kehidupan nyata atau angka dapat mewakili suatu posisi dalam garis bilangan. Dalam hal ini hubungan representasi-representasi dapat dipandang sebagai hubungan dua arah.

Pendapat serupa diungkapkan Downs (Hasanah, 2004: 19) yang menyatakan bahwa representasi merupakan konstruksi matematis yang dapat menggambarkan aspek-aspek konstruksi matematis lainnya. Hal ini menunjukkan bahwa antara dua konstruksi harus terlihat ada kaitannya sehingga satu sama lain tidak saling bebas,

bahkan suatu konstruksi memberi peran penting untuk membentuk konstruksi lainnya.

Kaput (Hasanah, 2004: 20) mengungkapkan bahwa representasi-representasi adalah alat-alat yang digunakan individu untuk mengorganisasikan dan menjadikan situasi-situasi lebih bermakna. Artinya suatu representasi dari suatu masalah matematis merupakan gambaran hubungan-hubungan dan operasi-operasi dari situasi masalah tersebut.

Matematika merupakan ide abstrak yang tidak dapat begitu saja dipahami oleh siswa, ide abstrak tersebut perlu dinyatakan dalam berbagai macam bentuk representasi. Lesh, Posh, dan Behr (Hasanah, 2004: 12) menyatakan ada lima macam representasi konsep matematika, yaitu:

- 1) Naskah/tulisan
- 2) Model-model manipulatif
- 3) Gambar atau diagram
- 4) Bahasa lisan
- 5) Simbol-simbol, kalimat-kalimat, dan bahasa frasa

Representasi terkait erat dengan pemaknaan atau proses belajar dalam diri siswa. Mereka memberi makna yang berbeda-beda sesuai dengan konteks yang terjadi dalam proses pembelajaran. Lesh (Suparlan, 2005: 13) menegaskan bahwa semua model matematika bermanfaat, namun tergantung pada tujuan pembelajaran yang menentukan mana diantara model matematis tersebut tepat digunakan.

Berdasarkan manfaat dari representasi, guru seyogyanya menggali kemampuan representasi matematis siswa yang lebih mendalam.

Vernaud (Suparlan, 2005: 14) menyatakan bahwa representasi merupakan unsur yang penting dalam matematika, dan kaya akan kalimat dan kata, beragam dan universal, tetapi juga untuk dua alasan yang penting yaitu: (1) matematika mempunyai peranan penting dalam mengkonseptualisasikan dunia nyata, (2) matematika membuat homomorphis yang luas yang merupakan penurunan dari struktur hal-hal yang pokok.

Penjelasan dua alasan di atas yakni matematika merupakan hal yang abstrak, untuk mempermudah dan memperjelas dalam penyelesaian masalah matematika, representasi matematis sangat berperan untuk mengubah ide abstrak menjadi konsep yang nyata, misalkan dengan gambar, simbol, kata-kata, grafik dan lain-lain. Selain itu matematika memberikan gambaran yang luas dalam hal analogi (keseserupaan) konsep dari berbagai topik yang ada. Dengan demikian diharapkan bahwa bilamana siswa memiliki akses ke representasi-representasi dan gagasan-gagasan yang mereka tampilkan, maka mereka memiliki sekumpulan alat yang secara signifikan siap memperluas kapasitas mereka dalam berpikir secara matematis (NCTM dalam Hudiono, 2005).

Representasi yang dimaksud dalam penelitian ini adalah kemampuan siswa dalam menuangkan ide/gagasan/strategi matematis baik berupa tabel, grafik, gambar, atau pernyataan matematis secara tertulis dengan menggunakan bahasa sendiri baik formal maupun informal.

2. Jenis-Jenis Representasi

Kemampuan representasi yang terjadi pada siswa tidak datang begitu saja, melainkan ada proses di dalamnya. Proses representasi berlangsung dalam dua tahap yaitu secara eksternal dan internal.

Representasi internal dari seseorang sulit untuk diamati secara langsung karena merupakan aktivitas mental dari seseorang dalam pikirannya (*minds-on*). Tetapi representasi internal seseorang itu dapat disimpulkan atau diduga berdasarkan representasi eksternalnya dalam berbagai kondisi; misalnya dari pengungkapannya melalui kata-kata (lisan), melalui tulisan berupa simbol, gambar, grafik, tabel ataupun melalui alat peraga (*hands-on*). Dengan kata lain terjadi hubungan timbal balik antara representasi internal dan eksternal dari seseorang ketika berhadapan dengan sesuatu masalah (Hasanah, 2004: 14-15).

Pendapat serupa diungkapkan Hiebeert & Wearne (Hasanah, 2004) yang menyatakan bahwa proses interaksi representasi internal dan representasi eksternal terjadi secara timbal balik ketika seseorang mempelajari matematika.



Gambar 2.1. Interaksi Timbal Balik antara Representasi Internal dan Eksternal

Representasi internal merupakan pemahaman masing-masing siswa terhadap suatu materi yang telah dijelaskan dan diterjemahkan sesuai pemahaman masing-masing siswa tersebut.

Representasi internal tak bisa diamati secara kasat mata, hal ini dikarenakan hanya diri masing-masing siswa saja yang tahu sampai mana pemahaman mereka terhadap suatu materi yang disajikan. Oleh karena itu, untuk mengetahui representasi internal yang ada dalam diri siswa maka kita dapat meminta siswa untuk mentransformasikan representasi internal tersebut menjadi representasi eksternal.

Goldin (Hasanah, 2004: 22) menyatakan bahwa representasi eksternal adalah hasil perwujudan untuk menggambarkan apa-apa yang dikerjakan siswa, guru, atau ahli matematika. Hasil perwujudan itu dapat berupa lisan, tulisan, kata-kata, simbol, ekspresi atau notasi matematis, gambar, grafik, diagram, tabel atau melalui alat peraga.

Mudzakir (2006: 47) dalam penelitiannya mengelompokkan representasi matematis ke dalam tiga ragam representasi yang utama, yaitu:

1. Representasi visual berupa diagram, grafik, atau tabel, dan gambar;
2. Persamaan atau ekspresi matematika; dan
3. Kata-kata atau teks tertulis.

Indikator yang digunakan dalam menilai kemampuan representasi matematis siswa terlihat dalam tabel 2.1.

Tabel 2.1
Indikator Kemampuan Representasi matematis Siswa

No.	Representasi	Bentuk-bentuk Operasional
1.	Representasi visual a. Diagram, tabel, atau grafik	<ul style="list-style-type: none"> • Menyajikan kembali data atau informasi dari suatu representasi ke representasi diagram, grafik, atau tabel • Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah

	b. Gambar	<ul style="list-style-type: none"> • Membuat gambar pola-pola geometri • Membuat gambar untuk memperjelas masalah dan memfasilitasi penyelesaiannya
2.	Persamaan atau ekspresi matematis	<ul style="list-style-type: none"> • Membuat persamaan atau model matematika dari representasi lain yang diberikan • Membuat konjektur dari suatu pola bilangan • Penyelesaian masalah dengan melibatkan ekspresi matematis
3.	Kata-kata atau teks tertulis	<ul style="list-style-type: none"> • Membuat situasi masalah berdasarkan data atau representasi yang diberikan • Menuliskan interpretasi dari suatu representasi • Menuliskan langkah-langkah penyelesaian masalah matematika dengan kata-kata • Menyusun cerita yang sesuai dengan suatu representasi yang disajikan • Menjawab soal dengan menggunakan kata-kata atau teks tertulis

Ketiga aspek representasi yaitu aspek visual, persamaan atau ekspresi matematis, dan representasi kata-kata atau teks tertulis diperhatikan. Secara khusus, bentuk-bentuk operasional yang dicetak tebal adalah yang dipergunakan dalam penelitian.

B. Pendekatan *Open-Ended*

Pendekatan *Open-Ended* dikembangkan di negara Jepang sejak tahun 1970an. Menurut Shimada (1997) pendekatan *Open-Ended* berawal dari pandangan bagaimana mengevaluasi kemampuan siswa secara objektif dalam berpikir.

Shimada (1997) mengatakan, pendekatan *Open-Ended* adalah suatu pendekatan pembelajaran yang dimulai dari mengenalkan atau menghadapkan siswa

pada masalah *Open-Ended*. Pembelajaran dilanjutkan dengan menggunakan banyak jawaban yang benar dari masalah yang diberikan untuk memberikan pengalaman kepada siswa dalam menemukan sesuatu yang baru di dalam proses pembelajaran. Dengan kegiatan ini diharapkan pula dapat membawa siswa untuk menjawab permasalahan dengan banyak cara, sehingga mengundang potensi intelektual dan pengalaman siswa dalam proses menemukan sesuatu yang baru. Dengan demikian pembelajaran akan mengembangkan kemampuan pemecahan masalah matematika. Ketika siswa dihadapkan pada masalah *Open-Ended*, tujuannya bukan hanya berorientasi pada mendapatkan jawaban atau hasil akhir tetapi lebih menekankan pada bagaimana siswa sampai pada suatu jawaban, siswa dapat mengembangkan metode, cara atau pendekatan yang berbeda untuk menyelesaikan masalah. Dalam pelaksanaannya, hal tersebut memberikan peluang pada siswa untuk menyelidiki dengan metode yang mereka merasa yakin, dan memberikan kemungkinan elaborasi yang lebih besar dalam pemecahan masalah matematis. Sebagai hasilnya, dimungkinkan untuk mempunyai suatu pengembangan yang lebih kaya dalam pemikiran matematis siswa, serta membantu perkembangan aktivitas yang kreatif dari siswa.

Suherman, dkk (2001: 114) menjelaskan bahwa yang dimaksud dengan aktivitas siswa harus terbuka adalah kegiatan pembelajaran harus mengakomodasi kesempatan siswa untuk melakukan segala sesuatu secara bebas sesuai dengan kehendak mereka. Aktivitas siswa dan ide-ide matematika dikatakan selaras, jika kebutuhan dan berpikir matematika siswa diperhatikan guru melalui kegiatan

kegiatan matematika yang bermanfaat untuk menjawab permasalahan. Dengan demikian pembelajaran dengan menggunakan pendekatan *Open-Ended* bukan hanya memberikan masalah-masalah terbuka kepada siswa untuk diselesaikan namun dalam proses pembelajarannya harus menjamin keterbukaan aktivitas siswa.

1. Prinsip Pembelajaran *Open-Ended*

Menurut Nohda (Dahlan, 2004: 63) pembelajaran dengan menggunakan pendekatan *Open-Ended* mengasumsikan tiga prinsip, yakni sebagai berikut.

- 1) Berhubungan dengan aktivitas siswa, hal ini dimaksudkan untuk menghargai aktivitas siswa
- 2) Berhubungan dengan isi (materi) matematika yang teoritis dan sistematis. Dengan demikian, pengetahuan yang diperoleh harus mendasar dan menyeluruh (komprehensif) yang diturunkan secara logis
- 3) Berhubungan dengan pengambilan keputusan yang berguna bagi guru di kelas. Dalam kelas matematika, guru sering membalas (*counter*) ide-ide dari siswa yang tidak diharapkan.

Dasar keterbukaannya (*openness*) dapat diklasifikasikan ke dalam tiga tipe, yakni: *process is open*, *end product are open* dan *ways to develop are open*. Prosesnya terbuka maksudnya adalah tipe soal yang diberikan mempunyai banyak cara penyelesaian yang benar. Hasil akhir yang terbuka, tipe soal yang diberikan mempunyai banyak jawaban benar, pengembangannya terbuka yaitu ketika siswa telah selesai menyelesaikan masalahnya, mereka dapat mengembangkan masalah baru dengan mengubah kondisi dari masalah yang pertama asli. Dengan demikian

pendekatan ini menyelesaikan masalah dan juga memunculkan masalah baru (*from problem to problem*).

2. Jenis Masalah *Open-Ended*

Sawada (Becker dan Shimada, 1997:24-28) mengklasifikasikan masalah atau soal yang disajikan, dalam pembelajaran pendekatan *Open-Ended*, ke dalam tiga jenis, yaitu:

a. Menemukan hubungan (*finding relation*)

Masalah yang diberikan kepada siswa, menuntut siswa untuk mencari sendiri aturan-aturan atau hubungan-hubungan dalam matematika, yang mengacu pada permasalahan yang diberikan.

b. Mengklasifikasi (*classifying*)

Siswa diminta untuk mengelompokkan atau mengklasifikasi beberapa karakteristik suatu objek tertentu dengan tepat, hal ini akan membimbing siswa untuk merumuskan atau menemukan beberapa konsep matematika dengan sendirinya.

c. Pengukuran (*measuring*)

Siswa diminta untuk menentukan pengukuran numerik dari suatu peristiwa tertentu. Permasalahan seperti ini, melibatkan beberapa aspek berpikir matematis siswa.

3. Mengkontruksi Masalah *Open-Ended*

Sawada (Becker dan Shimada, 1997:28) menyatakan bahwa melalui penelitian yang cukup panjang, para peneliti di Jepang termasuk Sawada, menemukan beberapa

hal penting yang bisa dijadikan sebagai pedoman, dalam mengkontruksi atau membuat masalah *Open-Ended*, yaitu:

- a. Siapkan suatu situasi fisik yang nyata dalam menyajikan permasalahan, yang menyertakan sejumlah faktor yang tidak menetap (variabel), di mana konsep-konsep matematika teramati oleh siswa;
- b. Memodifikasi soal pembuktian yang ada, sedemikian sehingga siswa dapat memahami keterkaitan antarkonsep matematika, yang akan semestinya digunakan oleh siswa, dalam melakukan pembuktian yang lebih kompleks;
- c. Sajikan masalah *Open-Ended* melalui gambar. Kemudian siswa diminta agar menemukan sebuah konsep matematika, dengan membuat sebuah konjektur, berdasarkan gambar;
- d. Sajikan masalah kepada siswa, berupa sederetan angka atau berupa tabel. Kemudian siswa diminta untuk membuat kesimpulan atau menemukan aturan-aturan matematika, melalui sederetan angka atau tabel tersebut;
- e. Sajikan beberapa kejadian nyata dalam beberapa kategori. Pilihlah salah satu kejadian untuk dijadikan contoh, lalu siswa diminta untuk menyebutkan satu persatu kejadian lainnya, yang memiliki karakteristik sama dengan sebuah kejadian yang dicontohkan tersebut, sehingga siswa dapat membuat generalisasi dari kejadian-kejadian yang ada;
- f. Sajikan beberapa latihan atau permasalahan yang memiliki kemiripan satu dengan lainnya. Siswa dituntut untuk menyelesaikan latihan atau permasalahan tersebut; serta meminta siswa untuk menemukan sebanyak-banyaknya kemungkinan sifat-

sifat yang sama, dari paling sedikitnya antara dua latihan atau permasalahan yang memiliki kemiripan satu dengan yang lainnya;

- g. Sajikan kepada siswa, beberapa situasi matematika yang tidak sebenarnya (*quasi-mathematical situations*), yang memuat suatu perbedaan tertentu, yang dapat diamati oleh siswa. Kemudian siswa diminta untuk menemukan metode atau cara untuk mengukur perbedaan yang ada; dan
- h. Sajikan sebuah contoh konkrit yang memuat struktur aljabar dan data numerik yang mudah dikumpulkan. Kemudian siswa diminta untuk menemukan aturan-aturan matematika, yang menunjukkan kebenaran dari contoh tersebut.

4. Rencana Pembelajaran *Open Ended*

Langkah berikutnya yang perlu diperhatikan adalah bagaimana cara mengembangkan rencana pembelajaran yang baik, dengan menyajikan masalah yang telah dibuat.

Sawada (Becker dan Shimada, 1997: 32) menyarankan beberapa hal penting dalam mengembangkan dan menyusun rencana pembelajaran *Open-Ended* dengan baik. Berikut uraian dari hal-hal penting yang dimaksud oleh Sawada.

a. List the students expected responses to the problem

Mencatat respon siswa yang diharapkan muncul selama kegiatan belajar-mengajar berlangsung, yakni respon siswa terhadap masalah yang disajikan. Melalui pembelajaran *Open-Ended*, setiap siswa diharapkan merespon masalah dengan cara yang berbeda-beda. Oleh karena itu, sudah semestinya guru membuat daftar tentang antisipasi atau beberapa kemungkinan respon siswa terhadap masalah. Beberapa

alasan mengapa harus membuat daftar tersebut, karena kemampuan siswa untuk mengekspresikan gagasan atau pemikiran siswa, dalam menghadapi masalah mungkin terbatas; kemungkinan yang lain, siswa belum mampu menyatakan atau menjelaskan aktivitas pemecahan masalah mereka, secara lisan. Namun, mereka mampu menjelaskan gagasan matematika yang sama, dengan cara yang berbeda-beda. Setelah respon siswa didaftar, selanjutnya menyusun kembali dan mengelompokkan respon-respon tersebut menurut kriteria tertentu, lalu meringkasnya ke dalam sebuah dalil yang umum berdasarkan kriteria yang telah ditetapkan tersebut. Guru juga harus mengklarifikasi nilai intrinsik matematika dari setiap respon yang ada, guna pengembangan lebih lanjut.

b. Make the purpose of using the problem clear

Menetapkan tujuan yang hendak dicapai, dari permasalahan yang diberikan kepada siswa, dengan jelas. Dalam hal ini, guru perlu memahami posisi masalah dalam rencana pembelajaran. Artinya, masalah dapat diperlakukan sebagai suatu topik yang mandiri, sebagai suatu pengenalan konsep baru, atau sebagai suatu ringkasan dari kegiatan belajar siswa.

c. Devise a method of posing the problem so that the students can easily understand the meaning in the problem or what is expected of them

Memikirkan metode penyajian masalah yang baik, sedemikian sehingga siswa dengan mudah dapat memahami maksud dari masalah yang disajikan sedemikian rupa, sehingga siswa dengan mudah dapat memahaminya dan menemukan sebuah pendekatan untuk memecahkan masalah tersebut. Suatu saat, siswa akan mengalami

kesulitan memecahkan masalah jika guru menjelaskan masalah terlalu ringkas. Hal ini terjadi, disebabkan adanya keinginan guru untuk memberikan kebebasan sebesar-besarnya kepada siswa dalam memilih pendekatan pemecahan masalah, atau disebabkan oleh faktor siswa yang memiliki sedikit atau bahkan tidak memiliki pengalaman belajar selain mengikuti/terpaku pada buku teks yang ada. Untuk menghindari kejadian yang tidak diinginkan tersebut, guru harus teliti, bagaimana masalah semestinya diajukan atau diperkenalkan kepada siswa.

d. Make the problem as attractive as possible

Membuat atau menyajikan masalah semenarik mungkin. Masalah yang dibuat harus dikenal baik oleh siswa dan menyertakan beberapa aspek, yang dapat merangsang dan membangun rasa keingintahuan mereka.

e. Allow enough time to explore the problem fully

Sediakan waktu yang cukup untuk menyelidiki masalah secara utuh. Kegiatan pembelajaran *Open-Ended*, mulai dari kegiatan siswa untuk memahami dan memecahkan masalah, mendiskusikan solusi dan pendekatan siswa dalam memecahkan masalah, hingga siswa membuat ringkasan pembelajaran; memerlukan waktu yang cukup lama. Oleh karena itu, guru harus mengalokasikan waktu yang cukup kepada siswa dalam mengeksplorasi masalah, terutama dalam kegiatan diskusi. Menghidupkan diskusi secara aktif antarsiswa dan antara siswa dengan guru, merupakan aspek terpenting dalam pembelajaran *Open-Ended*.

C. Penelitian yang Relevan

Hasil penelitian yang dilakukan oleh Syarifah Fadillah Alhadad (2010), menunjukkan bahwa kemampuan pemecahan masalah dan *Self Esteem* siswa lebih meningkat jika dilakukan dengan menggunakan pendekatan *Open-Ended*. Selain itu, dalam penelitian yang dilakukan oleh Mansur (2005) mengenai pengaruh pendekatan *Open-Ended*, didapatkan hasil bahwa penalaran adaptif dan berpikir kreatif siswa mengalami peningkatan yang signifikan dibandingkan dengan yang menggunakan pembelajaran konvensional.

Disebutkan pula dalam penelitian yang dilakukan oleh Srie Aat Nurhayati, bahwa penggunaan pendekatan *Open-Ended* dapat meningkatkan kemampuan metakognisi matematis siswa SMA. Nurbani Aisyah (2009), berdasarkan hasil penelitiannya, ia menyimpulkan bahwa terdapat pengaruh signifikan terhadap peningkatan kemampuan kreativitas matematika siswa melalui pendekatan *Open-Ended*. Ada pula Gordah Kasah Eka (2005), dengan penelitiannya yang menunjukkan bahwa pendekatan *Open-Ended* dapat meningkatkan kemampuan koneksi dan pemecahan masalah matematik, serta masih banyak lagi penelitian-penelitian yang telah dilakukan baik di dalam maupun di luar negeri yang menunjukkan bahwa pendekatan *Open-Ended* efektif untuk meningkatkan kompetensi-kompetensi matematis.