BAB III

MODEL *EXPONENTIAL GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTIC IN MEAN* (EGARCH-M)

3.1 Proses EGARCH

Exponential GARCH (EGARCH) diajukan Nelson pada tahun 1991 untuk menutupi kelemahan model ARCH/GARCH dalam menangkap fenomona ketidaksimetrisan *good news* dan *bad news* dalam volatilitas. Model ARCH/GARCH mengasumsikan pengaruh *good news* dan *bad news* sama terhadap volatilitasnya sehingga tidak dapat menangkap fenomena ketidaksimetrisan.

Pada data *return*, nilai volatilitas akan tinggi ketika nilai error lebih kecil dari nol dibandingkan ketika error lebih besar dari nol. Keadaan yang disebut *Leverage Effect* ini ditangkap oleh model *Exponential* GARCH.

Untuk memperhitungkan efek asimetris antara *good news* dan *bad news*, Nelson mempertimbangkan inovasi terboboti (*weighted innovation*):

$$g(\varepsilon_t) = \theta\varepsilon_t + \gamma[|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)] \tag{3.1}$$

dengan θ dan γ adalah konstanta riil, ε_t dan $|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)$ adalah barisan berdistribusi identik independen dengan rata-rata nol dan kontinu. Dengan demikian, $E[g|\varepsilon_t|] = 0$. Ketidaksimetrisan dari $g(\varepsilon_t)$ dapat dilihat dengan menuliskan persamaan 3.1 menjadi:

$$g(\varepsilon_t) = \begin{cases} (\theta + \gamma)\varepsilon_t - \gamma E(|\varepsilon_t|), \varepsilon_t \geq 0 \\ (\theta - \gamma)\varepsilon_t - \gamma E(|\varepsilon_t|), \varepsilon_t < 0 \end{cases}$$

Di samping dapat menangkap efek asimetris dari *good news* dan *bad news*, model *Exponential* GARCH memiliki kelebihan lain dibandingkan model ARCH/GARCH, yaitu parameter-parameter pada *Exponential* GARCH tidak perlu dibatasi untuk menjamin variansi selalu positif. Hal ini dikarenakan bentuk persamaan dalam logaritma. Secara umum, proses EGARCH dengan orde p dan q atau EGARCH(p,q) didefinisikan sebagai proses a_t yang memenuhi:

$$y_t = x_t^{'}\mu + a_t$$

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \beta_1 \ln \sigma_{t-1}^2 + \cdots + \beta_q \ln \sigma_{t-q}^2 + \alpha_1 \frac{a_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \cdots + \alpha_p \frac{a_{t-p}}{\sigma_{t-p}} + \gamma_1 \left[\left|\frac{a_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right| - E\left|\frac{a_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right|\right] + \cdots + \gamma_p \left[\left|\frac{a_{t-p}}{\sigma_{t-p}}\right| - E\left|\frac{a_{t-p}}{\sigma_{t-p}}\right|\right]$$

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \beta_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left[\left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right| - E\left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|\right] \tag{3.2}$$

$$e^{\ln \sigma_t^2} = e^{\left(\omega + \sum_{i=1}^{q} \beta_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left[\left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right| - E\left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|\right]\right)}$$

$$\sigma_t^2 = e^{\omega} e^{\sum_{i=1}^{q} \ln \sigma_{t-i}^{2\beta_i}} exp\left[\sum_{j=1}^{p} \alpha_j \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left[\left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right| - E\left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|\right]\right]$$

$$\sigma_t^2 = e^{\omega} \prod_{i=1}^{q} \sigma_{t-i}^{2\beta_i} \prod_{j=1}^{p} exp\left[\alpha_j \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} + \gamma_j \left[\left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right| - E\left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|\right]\right] \tag{3.3}$$

dengan $\varepsilon_t \sim iid\ N(0,1)$.

Karena pada model volatilitas EGARCH *good news* dan *bad news* memberikan pengaruh yang berbeda terhadap volatilitas maka persamaan (3.3) dapat ditulis kembali dalam bentuk:

$$\sigma_t^2 = \begin{cases} e^{\omega} \prod_{i=1}^{q} \sigma_{t-i}^{2\beta_j} \prod_{j=1}^{p} exp\left[\frac{\alpha_j + \gamma_j}{\sigma_{t-j}} a_{t-j} - \gamma_j E\left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|\right], a_{t-j} \geq 0 \\ e^{\omega} \prod_{i=1}^{q} \sigma_{t-i}^{2\beta_j} \prod_{j=1}^{p} exp\left[\frac{\alpha_j - \gamma_j}{\sigma_{t-j}} a_{t-j} - \gamma_j E\left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|\right], a_{t-j} < 0 \end{cases} \tag{3.4}$$

Karena $E\left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right| = 0$ maka persamaan 3.2 dapat dituliskan menjadi:

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \beta_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right| \qquad (3.5)$$

Persamaan (3.5) memiliki dua unsur yaitu *magnitude effect* $\left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|$ yang menunjukkan besarnya pengaruh volatilitas pada periode t-j terhadap varian saat ini dan *sign effect* $\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}$ yang menunjukkan perbedaan pengaruh *good news* dan *bad news* pada periode t-j terhadap varian saat ini.

Untuk model EGARCH yang paling sederhana atau EGARCH(1,1) didefinisikan sebagai proses a_t yang memenuhi:

$$y_t = x_t'\mu + a_t$$

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \beta_1 \ln \sigma_{t-1}^2 + \alpha_1 \frac{a_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \gamma_1 \left|\frac{a_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right| \qquad (3.6)$$

3.2 Proses EGARCH-M

EGARCH *in mean* (EGARCH-M) juga dikembangkan oleh Nelson pada tahun 1991. Sama halnya seperti kelebihan model GARCH-M terhadap GARCH, kelebihan model EGARCH-M terhadap EGARCH juga terletak pada risiko yang berpengaruh terhadap tingkat pengembaliannya. Secara umum, proses EGARCH(p,q)-M didefinisikan sebagai proses a_t yang memenuhi:

$$y_t = x_t'\mu + \lambda\sigma_t + a_t$$

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \beta_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|$$

dimana parameter λ dinamakan parameter *premium risk*.

Untuk model EGARCH-M yang paling sederhana atau EGARCH(1,1)-M didefinisikan sebagai proses a_t yang memenuhi:

$$y_t = x_t^{'}\mu + \lambda\sigma_t + a_t$$

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \beta_1 \ln \sigma_{t-1}^2 + \alpha_1 \frac{a_{t-1}}{\sigma_{t-j}} + \gamma_1 \left|\frac{a_{t-1}}{\sigma_{t-j}}\right|$$

3.3 Uji Efek Asimetris

Untuk menggunakan model EGARCH-M diperlukan asumsi bahwa data residual yang diuji harus memiliki efek asimetris. Engle dan Ng (1993) mengusulkan suatu uji efek asimetris yang disebut *sign and size bias tests* untuk menentukan apakah model asimetris dibutuhkan atau model GARCH-M sudah cukup memadai. Untuk memeriksa pengaruh efek asimetris, data runtun waktu terlebih dahulu harus dimodelkan ke dalam model GARCH-M dan diambil residual datanya. Kemudian lakukan uji efek asimetris berdasarkan persamaan regresi berikut:

$$\hat{a}_t^2 = \varphi_0 + \varphi_1 S_{t-1}^{-} + \varphi_2 S_{t-1}^{-}\hat{a}_{t-1} + \varphi_3 S_{t-1}^{+}\hat{a}_{t-1} + u_t \quad (3.7)$$

$$S_{t-1}^{+} = 1 - S_{t-1}^{-}$$

dengan:

S_{t-1}^{-}: Variabel *dummy* yang bernilai satu jika $\hat{a}_{t-1} < 0$ dan nol untuk yang lainnya.

φ_1: Parameter *sign bias* (efek positif atau negatif).

φ_2: Parameter *size bias* (besar efek negatif).

φ_3: Parameter *size bias* (besar efek positif).

dengan hipotesis yang diuji adalah:

$H_0:\ \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$ (residual bersifat simetris).

$H_1:$ Paling tidak ada satu tanda ”=” tidak berlaku (residual bersifat asimetris).

dengan kriteria pengujian dengan menggunakan *software Eviews* adalah Tolak H_0 jika $Prob < \ \alpha$.

Uji efek asimetris yang lainnya diusulkan oleh Enders (2004) dengan melihat korelasi antara kuadrat standar residual (a_t^2) dengan *lag* standar residual (a_{t-k}) menggunakan estimasi dari regresi berikut:

$$a_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1} + \cdots + \alpha_k a_{t-k} \tag{3.8}$$

Hipotesis yang diuji adalah:

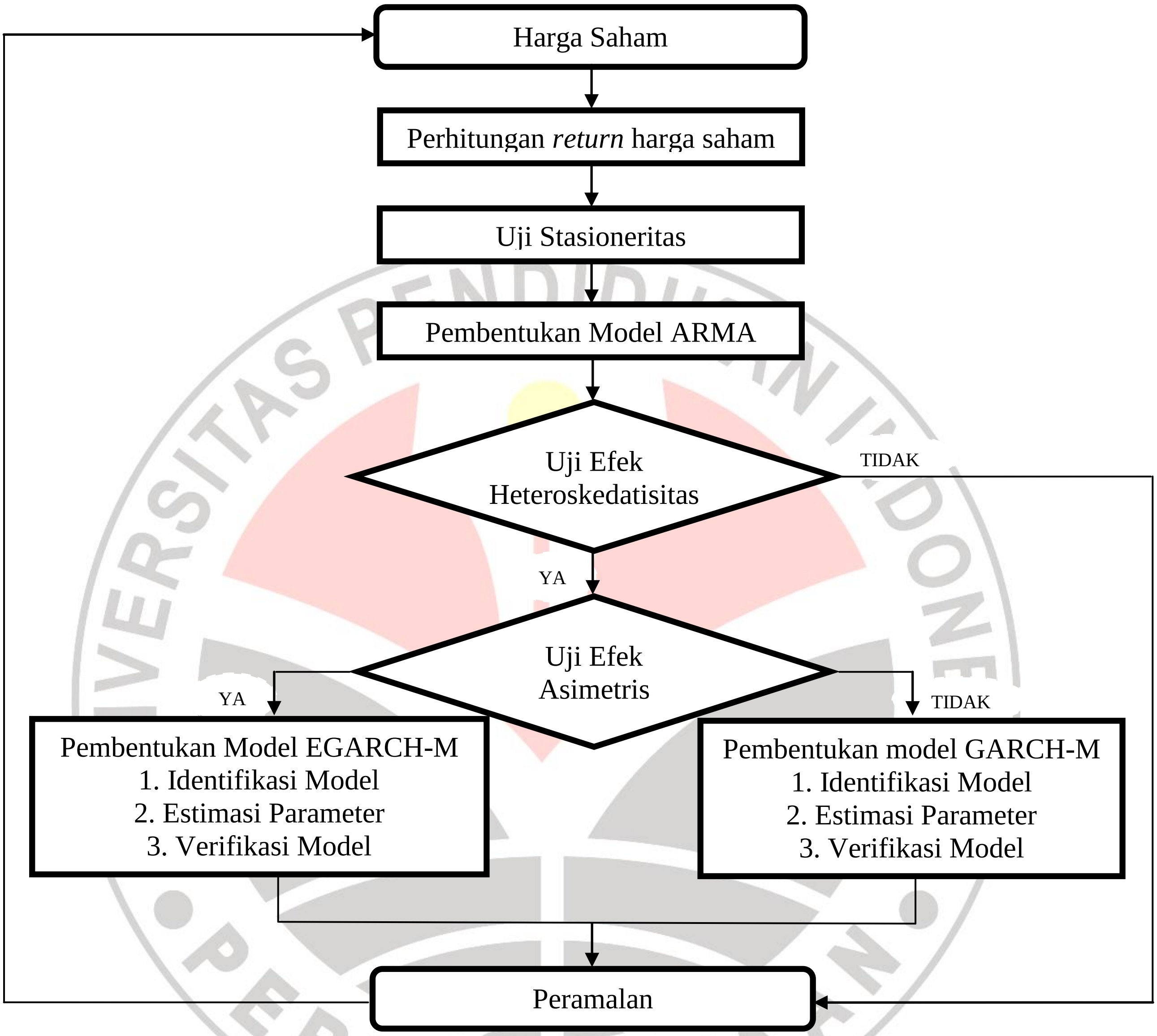
$H_0:\ \alpha_1 = \cdots = \alpha_k = 0$ (residual bersifat simetris).

$H_1:$ Paling tidak ada satu tanda ”=” tidak berlaku (residual bersifat asimetris).

dengan kriteria pengujian adalah Tolak H_0 jika korelasi $\neq 0$ atau dengan menggunakan *software Eviews*, tolak H_0 jika Prob(F-Stat) < α.

3.4 Pembentukan Model

Sebelum data runtun waktu dimodelkan (dalam hal ini harga saham) dengan model EGARCH-M, terlebih dahulu harus dilakukan beberapa langkah pembentukan model. Langkah-langkah dalam pembentukan model dapat digambarkan dengan bagan sebagai berikut:



Gambar 3.1 Bagan Tahap Pembentukan Model EGARCH-M

3.5 Identifikasi Model

Untuk menentukan identifikasi model dari data runtun waktu homoskedatis, dapat dilakukan dengan menggunakan fak dan fakp, tetapi dalam model volatilitas EGARCH-M belum terdapat kriteria untuk mengidentifikasi model tersebut. Oleh karena itu, pada skripsi ini digunakan beberapa model EGARCH-M sederhana yaitu, model EGARCH(1,1)-M, EGARCH(1,2)-M, EGARCH(2,1)-M, dan EGARCH(2,2)-M.

3.6 Estimasi Parameter

Tahap selanjutnya setelah mengidentifikasi model yaitu mengestimasi parameter. Parameter-parameter yang akan diestimasi adalah μ, λ, ω, β, α, dan γ. Parameter tersebut akan diestimasi dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan dilanjutkan dengan metode iteratif seperti algoritma Newton-Rhapson, *Method of Scoring*, atau Iterasi Berndt, Hall, Hall & Hausman (BHHH).

Diketahui proses EGARCH(p,q)-M:

$$y_t = x_t^{'}\mu + \lambda\sigma_t + a_t$$

$$a_t = \sigma_t\varepsilon_t$$

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \beta_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|$$

Misalkan fkp dari observasi data z_t dinotasikan dengan $f(z_t)$ dan $\psi = (\mu, \lambda, \delta^{'})$ adalah suatu vektor dari semua parameter yang tidak diketahui dengan $\delta^{'} = (\omega, \beta_1, \dots, \beta_i, \alpha_1, \dots, \alpha_j, \gamma_1, \dots, \gamma_j)$ serta $v_t^{'} = \left(1, \ln \sigma_{t-1}^2, \dots, \ln \sigma_{t-i}^2, \frac{a_{t-1}}{\sigma_{t-j}}, \dots, \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}, \left|\frac{a_{t-1}}{\sigma_{t-j}}\right|, \dots, \left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|\right)$. Model EGARCH(p,q)-M dapat dituliskan kembali menjadi:

$$a_t = y_t - x_t^{'}\mu - \lambda\sigma_t$$

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \beta_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|$$

$$\ln \sigma_t^2 = v_t^{'} \delta$$

Dengan mengasumsikan a_t berditribusi normal, maka fungsi *likelihood*nya adalah:

$$L(\psi, \sigma^2 | y, x_t^{'}) = (2\pi\sigma_t^2)^{-\frac{N}{2}} exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{N}\frac{(y_t - x_t^{'}\mu - \lambda\sigma_t)^2}{\sigma_t^2}\right\}$$

Kemudian fungsi *log likelihood*nya adalah:

$$\ln L(\psi) = L = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{N}\left(\ln 2\pi + \ln \sigma_t^2 - \left(\frac{y_t - x_t^{'}\mu - \lambda\sigma_t}{\sigma_t}\right)^2\right)$$

dengan $\ln L(\psi) = L$ dimaksudkan untuk penyederhanaan penulisan. Kemudian dengan menggunakan $a_t = y_t - x_t^{'}\mu - \lambda\sigma_t$, maka persamaannya menjadi:

$$L = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{N}\left(\ln 2\pi + \ln \sigma_t^2 - \left(\frac{a_t}{\sigma_t}\right)^2\right)$$

Kemudian, turunkan fungsi log *likelihood* terhadap ψ sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial L}{\partial \psi} = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \psi}\sum_{t=1}^{N}\left(\ln 2\pi + \ln \sigma_t^2 - \left(\frac{a_t}{\sigma_t}\right)^2\right)$$

$$= -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_t^2}\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \psi} + \left(\frac{2a_t \frac{\partial a_t}{\partial \psi}\sigma_t^2 - a_t^2 \frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \psi}}{\sigma_t^4}\right)\right)$$

$$= -\frac{1}{2\sigma_t^2}\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \psi} - \frac{a_t}{\sigma_t^2}\frac{\partial a_t}{\partial \psi} + \frac{a_t^2}{2\sigma_t^4}\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \psi}$$

$$= -\frac{a_t}{\sigma_t^2}\frac{\partial a_t}{\partial \psi} - \frac{1}{2}\frac{1}{\sigma_t^4}(\sigma_t^2 - a_t^2)\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \psi}$$

Penyelesaian tahap akhir yang diinginkan adalah memperoleh $\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \psi}$. Untuk memperoleh $\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \psi}$, ada beberapa tahapan yang harus dilakukan, yaitu:

1) Tahap pertama, persamaan (3.5) diturunkan terhadap μ

Pandang persamaan rata-rata pada EGARCH-M yaitu:

$$y_t = x_t^{'}\mu + \lambda\sigma_t + a_t$$

$$y_t - x_t^{'}\mu - \lambda\sigma_t = a_t$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu}(y_t - x_t^{'}\mu - \lambda\sigma_t) = \frac{\partial a_t}{\partial \mu}$$

$$-x_t^{'} - \lambda\frac{\partial \sigma_t}{\partial \mu} = \frac{\partial a_t}{\partial \mu} \qquad (3.9)$$

Substitusikan $a_t = \sigma_t\varepsilon_t$ ke dalam persamaan rata-rata sehingga diperoleh:

$$y_t = x_t^{'}\mu + \lambda\sigma_t + \sigma_t\varepsilon_t$$

$$y_t - x_t^{'}\mu = (\lambda + \varepsilon_t)\sigma_t$$

$$\frac{y_t - x_t^{'}\mu}{\lambda + \varepsilon_t} = \sigma_t$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu}\left(\frac{y_t - x_t^{'}\mu}{\lambda + \varepsilon_t}\right) = \frac{\partial \sigma_t}{\partial \mu}$$

$$\frac{-x_t^{'}}{\lambda + \varepsilon_t} = \frac{\partial \sigma_t}{\partial \mu} \qquad (3.10)$$

Persamaan (3.9) dan (3.10) akan digunakan dalam penurunan model EGARCH-M terhadap μ, yaitu:

$$\frac{\partial \ln \sigma_t^2}{\partial \mu} = \frac{\partial}{\partial \mu}\left(\omega + \sum_{i=1}^{q}\beta_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p}\alpha_j\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} + \sum_{j=1}^{p}\gamma_j\left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|\right)$$

$$\frac{1}{\sigma_t^2}\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \mu} = \frac{\partial \omega}{\partial \mu} + \frac{\partial}{\partial \mu}\left(\sum_{i=1}^{q} \beta_i \ln \sigma_{t-i}^2\right) + \frac{\partial}{\partial \mu}\left(\sum_{j=1}^{p} \alpha_j \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right) + \frac{\partial}{\partial \mu}\left(\sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|\right)$$

$$\frac{1}{\sigma_t^2}\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \mu} = 0 + \sum_{i=1}^{q} \beta_i \frac{1}{\sigma_{t-i}^2}\frac{\partial \sigma_{t-i}^2}{\partial \mu} + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \left(\frac{\frac{\partial a_{t-j}}{\partial \mu}\sigma_{t-j} - a_{t-j}\frac{\partial \sigma_{t-j}}{\partial \mu}}{\sigma_{t-j}^2}\right) +$$

$$\sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left(\frac{\frac{\partial |a_{t-j}|}{\partial \mu}|\sigma_{t-j}| - |a_{t-j}|\frac{\partial |\sigma_{t-j}|}{\partial \mu}}{\sigma_{t-j}^2}\right)$$

$$\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \mu} = \sigma_t^2 \left[\sum_{i=1}^{q} \beta_i \frac{1}{\sigma_{t-i}^2}\frac{-x_{t-i}'}{\lambda + \varepsilon_{t-i}} + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \left(\frac{\frac{-x_{t-j}'\varepsilon_{t-j}}{\lambda + \varepsilon_{t-j}}\sigma_{t-j} + a_{t-j}\frac{x_{t-j}'}{\lambda + \varepsilon_{t-j}}}{\sigma_{t-j}^2}\right) +\right.$$

$$\left.\sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left(\frac{\frac{x_{t-j}'\varepsilon_{t-j}}{\lambda + \varepsilon_{t-j}}|\sigma_{t-j}| - |a_{t-j}|\frac{x_{t-j}'}{\lambda + \varepsilon_{t-j}}}{\sigma_{t-j}^2}\right)\right] = 0$$

2) Tahap kedua, persamaan (3.5) diturunkan terhadap λ

$$\frac{\partial \ln \sigma_t^2}{\partial \lambda} = \frac{\partial}{\partial \lambda}\left(\omega + \sum_{i=1}^{q} \beta_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|\right)$$

$$\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \lambda} = \sigma_t^2 \left[\sum_{i=1}^{q} \beta_i \frac{1}{\sigma_{t-i}^2}\frac{x_{t-i}'\mu - y_{t-i}}{(\lambda + \varepsilon_{t-i})^2} + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \left(\frac{-(\sigma_{t-j})^2 - a_{t-j}\frac{x_{t-j}'\mu - y_{t-j}}{(\lambda + \varepsilon_{t-j})^2}}{\sigma_{t-j}^2}\right) +\right.$$

$$\left.\sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left(\frac{\frac{\partial |a_{t-j}|}{\partial \lambda}|\sigma_{t-j}| - |a_{t-j}|\frac{\partial |\sigma_{t-j}|}{\partial \lambda}}{\sigma_{t-j}^2}\right)\right] = 0$$

3) Tahap ketiga, persamaan (3.5) diturunkan terhadap ω

$$\frac{\partial \ln \sigma_t^2}{\partial \omega} = \frac{\partial}{\partial \omega}\left(\omega + \sum_{i=1}^{q} \beta_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|\right)$$

$$\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \omega} = \sigma_t^2 \left[1 + \sum_{i=1}^{q} \beta_i \frac{1}{\sigma_{t-i}^2} \frac{\partial \sigma_{t-i}^2}{\partial \omega} + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \left(\frac{\frac{\partial a_{t-j}}{\partial \omega} \sigma_{t-j} - a_{t-j} \frac{\partial \sigma_{t-j}}{\partial \omega}}{\sigma_{t-j}^2}\right) + \right.$$

$$\left. \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left(\frac{\frac{\partial |a_{t-j}|}{\partial \omega} |\sigma_{t-j}| - |a_{t-j}| \frac{\partial |\sigma_{t-j}|}{\partial \omega}}{\sigma_{t-j}^2}\right)\right] = 0$$

4) Tahap keempat, persamaan (3.5) diturunkan terhadap β_i

$$\frac{\partial \ln \sigma_t^2}{\partial \beta_i} = \frac{\partial}{\partial \beta_i}\left(\omega + \sum_{i=1}^{q} \beta_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|\right)$$

$$\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \beta_i} = \sigma_t^2 \left[\sum_{i=1}^{q} \ln \sigma_{t-i}^2 + \beta_i \frac{1}{\sigma_{t-i}^2} \frac{\partial \sigma_{t-i}^2}{\partial \beta_i} + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \left(\frac{\frac{\partial a_{t-j}}{\partial \beta_i} \sigma_{t-j} - a_{t-j} \frac{\partial \sigma_{t-j}}{\partial \beta_i}}{\sigma_{t-j}^2}\right) + \right.$$

$$\left. \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left(\frac{\frac{\partial |a_{t-j}|}{\partial \beta_i} |\sigma_{t-j}| - |a_{t-j}| \frac{\partial |\sigma_{t-j}|}{\partial \beta_i}}{\sigma_{t-j}^2}\right)\right] = 0$$

5) Tahap kelima, persamaan (3.5) diturunkan terhadap α_j

$$\frac{\partial \ln \sigma_t^2}{\partial \alpha_j} = \frac{\partial}{\partial \alpha_j}\left(\omega + \sum_{i=1}^{q} \beta_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left|\frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right|\right)$$

$$\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \alpha_j} = \sigma_t^2 \left[\sum_{i=1}^{q} \beta_i \frac{1}{\sigma_{t-i}^2} \frac{\partial \sigma_{t-i}^2}{\partial \alpha_j} + \sum_{j=1}^{p} \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} + \alpha_j \left(\frac{\frac{\partial a_{t-j}}{\partial \alpha_j} \sigma_{t-j} - a_{t-j} \frac{\partial \sigma_{t-j}}{\partial \alpha_j}}{\sigma_{t-j}^2} \right) + \right.$$

$$\left. \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left(\frac{\frac{\partial |a_{t-j}|}{\partial \alpha_j} |\sigma_{t-j}| - |a_{t-j}| \frac{\partial |\sigma_{t-j}|}{\partial \alpha_j}}{\sigma_{t-j}^2} \right) \right] = 0$$

6) Tahap pertama, persamaan (3.5) diturunkan terhadap γ_j

$$\frac{\partial \ln \sigma_t^2}{\partial \gamma_j} = \frac{\partial}{\partial \gamma_j} \left(\omega + \sum_{i=1}^{q} \beta_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \left| \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} \right| \right)$$

$$\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \gamma_j} = \sigma_t^2 \left[1 + \sum_{i=1}^{q} \beta_i \frac{1}{\sigma_{t-i}^2} \frac{\partial \sigma_{t-i}^2}{\partial \gamma_j} + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \left(\frac{\frac{\partial a_{t-j}}{\partial \gamma_j} \sigma_{t-j} - a_{t-j} \frac{\partial \sigma_{t-j}}{\partial \gamma_j}}{\sigma_{t-j}^2} \right) + \right.$$

$$\left. \sum_{j=1}^{p} \left| \frac{a_{t-j}}{\sigma_{t-j}} \right| + \gamma_j \left(\frac{\frac{\partial |a_{t-j}|}{\partial \gamma_j} |\sigma_{t-j}| - |a_{t-j}| \frac{\partial |\sigma_{t-j}|}{\partial \gamma_j}}{\sigma_{t-j}^2} \right) \right] = 0$$

Untuk menemukan pendekatan estimasi parameter maka digunakan metode iteratif. Algoritma optimisasi untuk iterasi dimulai dari suatu nilai awal, misalkan ψ_0 . Kemudian ψ_0 digunakan untuk mencari ψ_1 . Proses iteratif dilakukan sampai diperoleh $\psi_n = \psi_{n+1}$. Ada tiga metode iteratif yang dapat digunakan, yaitu:

3.6.1 Metode Newton-Raphson

Pada iterasi ini fungsi objektif L diaproksimasi dengan deret Taylor orde kedua di sekitar nilai awal ψ_0, yaitu:

$$L = L|_{\psi_0} + \frac{\partial L}{\partial \psi'}\bigg|_{\psi_0} (\psi - \psi_0) + \frac{1}{2}(\psi - \psi_0)' \frac{\partial^2 L}{\partial \psi \partial \psi'}\bigg|_{\psi_0} (\psi - \psi_0) \qquad (3.11)$$

Untuk memperoleh kondisi optimum, persamaan (3.11) diturunkan terhadap parameter ψ dengan operasi sebagai berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial \psi} = \left[\frac{\partial L}{\partial \psi'}\bigg|_{\psi_0}\right] + \frac{\partial^2 L}{\partial \psi \partial \psi'}\bigg|_{\psi_0} (\psi - \psi_0) = 0 \qquad (3.12)$$

Berdasarkan persamaan (3.11) dan (3.12) secara implisit dapat ditaksir ψ_1, yaitu:

$$\frac{\partial L}{\partial \psi} = \left[\frac{\partial L}{\partial \psi'}\bigg|_{\psi_0}\right] + \frac{\partial^2 L}{\partial \psi \partial \psi'}\bigg|_{\psi_0} (\psi_1 - \psi_0) = 0$$

$$\psi_1 = \psi_0 - \left[\frac{\partial^2 L}{\partial \psi \partial \psi'}\bigg|_{\psi_0}\right]^{-1} \left[\frac{\partial L}{\partial \psi}\bigg|_{\psi_0}\right]$$

Sehingga bentuk umumnya menjadi:

$$\psi_{n+1} = \psi_n - \left[\frac{\partial^2 L}{\partial \psi \partial \psi'}\bigg|_{\psi_n}\right]^{-1} \left[\frac{\partial L}{\partial \psi}\bigg|_{\psi_n}\right] \qquad (3.13)$$

atau

$$\psi_{n+1} = \psi_n - P_n \left[\frac{\partial L}{\partial \psi}\bigg|_{\psi_n}\right] \qquad (3.14)$$

dengan:

$$P_n = \left[\frac{\partial^2 L}{\partial \psi \partial \psi'}\bigg|_{\psi_n}\right]^{-1}$$

Iterasi ini dikatakan konveregen jika $\psi_{n+1} = \psi_n$

3.6.2 *Method of Scoring*

Pada iterasi Newton-Raphson, algoritma iterasi P_n dinyatakan dengan $\left.\frac{\partial^2 L}{\partial\psi\partial\psi'}\right|_{\psi_n}$ sedangkan pada *Method of Scoring*, algoritma iterasi P_n menggunakan nilai ekspektasinya sehingga algoritmanya dinyatakan sebagai berikut:

$$\psi_{n+1} = \psi_n + \left[E\left(\left.\frac{\partial^2 L}{\partial\psi\partial\psi'}\right|_{\psi_n}\right)\right]^{-1}\left[\left.\frac{\partial L}{\partial\psi}\right|_{\psi_n}\right] \qquad (3.15)$$

atau

$$\psi_{n+1} = \psi_n + P_n\left[\left.\frac{\partial L}{\partial\psi}\right|_{\psi_n}\right] \qquad (3.16)$$

dengan:

$$P_n = -\left[E\left(\left.\frac{\partial^2 L}{\partial\psi\partial\psi'}\right|_{\psi_n}\right)\right]^{-1}$$

3.6.3 Iterasi Berndt, Hall, Hall & Hausman (BHHH)

Metode ini mengeksploitasi algoritma iterasi *method of scoring*. Bagian yang dieksploitasi adalah P_n dari *method of scoring* menjadi bentuk:

$$P_n = -\left[E\left(\left.\frac{\partial^2(L_1 + L_2 + \cdots + L_N)}{\partial\psi\partial\psi'}\right|_{\psi_n}\right)\right]^{-1}$$

$$= -\left[E\left(\left.\frac{\partial^2 \sum_{t=1}^{N} L_t}{\partial\psi\partial\psi'}\right|_{\psi_n}\right)\right]^{-1}$$

$$= -\left[E\left(\sum_{t=1}^{N}\left.\frac{\partial^2 L_t}{\partial\psi\partial\psi'}\right|_{\psi_n}\right)\right]^{-1}$$

$$= -\left[\sum_{t=1}^{N} E\left(\left.\frac{\partial^2 L_t}{\partial\psi\partial\psi'}\right|_{\psi_n}\right)\right]^{-1}$$

$$= -\left[NE\left(\left.\frac{\partial^2 L_t}{\partial\psi\partial\psi'}\right|_{\psi_n}\right)\right]^{-1}$$

$$= \left[-N\frac{1}{N}\left(\sum_{t=1}^{N}\left.\frac{\partial^2 L_t}{\partial\psi\partial\psi'}\right|_{\psi_n}\right)\right]^{-1}$$

Akhirnya diperoleh:

$$P_n = \left[-\sum_{t=1}^{N}\left.\frac{\partial^2 L_t}{\partial\psi\partial\psi'}\right|_{\psi_n}\right]^{-1}$$

$$= \left[-\sum_{t=1}^{N}\left.\frac{\partial L_t}{\partial\psi}\frac{\partial L_t}{\partial\psi'}\right|_{\psi_n}\right]^{-1}$$

Bentuk umum dari iterasi BHHH dinyatakan dengan menggunakan algoritma iterasi sebagai berikut:

$$\psi_{n+1} = \psi_n + \left[-\left.\left(\sum_{t=1}^{N}\frac{\partial L_t}{\partial\psi}\frac{\partial L_t}{\partial\psi'}\right)\right|_{\psi_n}\right]^{-1}\left[\left.\frac{\partial L}{\partial\psi}\right|_{\psi_n}\right] \tag{3.17}$$

Dari ketiga metode iteratif yang ada, metode yang digunakan untuk menemukan estimasi parameter dalam skripsi ini adalah metode Iterasi Berndt, Hall, Hall & Hausman (BHHH). Untuk selanjutnya perhitungan estimasi parameter akan dilakukan dengan bantuan *software EViews.*

3.7 Verifikasi Model

Verifikasi model dilakukan untuk menentukan model mana yang merupakan model terbaik, yang selanjutnya akan digunakan untuk melakukan peramalan. Ada dua pengujian yang akan digunakan pada tahap verifikasi.

3.7.1 Pengujian Berdasarkan Keberartian Koefisien

Langkah pengujian keberartian koefisien pada model volatilitas tidak berbeda dengan pengujian pada model runtun waktu yang bersifat homoskedastis, yaitu dengan merumuskan hipotesis:

H_0 : Koefisien tidak berpengaruh secara signifikan terhadap model.

H_1 : Koefisien berpengaruh secara signifikan terhadap model.

Dengan *software Eviews 6.0* digunakan kriteria pengujian yaitu tolak H_0 jika nilai probabilitas < α.

3.7.2 Kriteria Informasi (*Information Criteria*)

Untuk mendapatkan model yang terbaik, dipilih model dengan nilai *Information Criteria* yang terkecil. *Information Criteria* telah digunakan secara luas dalam analisis data runtun waktu untuk menentukan panjang *lag* yang paling cocok untuk diaplikasikan dalam suatu model. Ada dua jenis *Information Criteria* yaitu *Aikake Information Criterion* (AIC) dan *Schwarz Criterion* (SC). Nilai AIC dan SC didefinisikan sebagai berikut:

$$AIC = -2\left(\frac{l}{N}\right) + \frac{2k}{N} \tag{3.18}$$

$$SC = -2\left(\frac{l}{N}\right) + \frac{k(\ln N)}{N} \tag{3.19}$$

dengan:

$$l = -\frac{1}{2}\left(N\ ln2\pi + \sum_{t=1}^{N} ln\sigma_t^2 - \sum_{t=1}^{N}\left(\frac{a_t}{\sigma_t}\right)^2\right).$$

k : banyaknya parameter.

N : banyaknya observasi.

3.8 Peramalan

Peramalan merupakan tujuan utama yang akan dicapai, ini merupakan langkah terakhir dari proses tersebut. Selanjutnya, model yang paling sesuai/terbaik yang telah diperoleh pada tahap pembentukan model akan digunakan dalam peramalan untuk beberapa periode ke depan. Hal ini berarti, berdasarkan model yang paling sesuai inilah akan ditentukan distribusi bersyarat observasi yang akan datang berdasarkan pola data masa lalu.

3.9 *Value at Risk* (VaR)

Salah satu aspek penting dalam analisis risiko adalah perhitungan *Value at Risk*. *Value at Risk* (VaR) merupakan suatu metode yang cukup baik dan banyak digunakan untuk mengukur risiko. Ada beberapa definisi formal umum VaR.

Menurut Philip Best (1998:10) *Value at Risk* (VaR) didefinisikan sebagai berikut:

"the maximum amount of money that may be lost on a portfolio over a given period of time, with a given level of confidence"

sedangkan menurut J.P. Morgan (1996:6) *Value at Risk* (VaR) didefinisikan sebagai:

"a measure of the maximum potential change in value of a portfolio of financial instruments with a given probability over a pre-set horizon."

Berdasarkan definisi di atas, *Value at Risk* (VaR) dapat diartikan sebagai estimasi kerugian maksimum yang mungkin dialami dalam rentang waktu/periode tertentu dengan tingkat kepercayaan tertentu (*a given level of confidence*).

Pada dasarnya konsep dalam VaR sudah ada sejak lama, yang baru adalah aplikasi sistematis dari VaR untuk berbagai bentuk risiko finansial. Secara sederhana VaR ingin menjawab pertanyaan "seberapa besar (dalam persen atau sejumlah uang tertentu) investor dapat merugi selama waktu investasi T dengan tingkat kepercayaan sebesar $(1-\alpha)$." Ada dua metode yang digunakan untuk mengukur nilai *Value at Risk* **(**VaR). Pertama, metode parametrik yang mencakup metode varian-kovarian dan GARCH. Kedua, metode non-parametrik yang mencakup simulasi *historical* dan pendekatan *Monte Carlo*.

Dalam istilah teori peluang, VaR dengan tingkat kepercayaan $(1-\alpha)$ dinyatakan sebagai bentuk *quantile* ke-α dari distribusi *return*. VaR dapat ditentukan melalui fungsi kepadatan peluang dari nilai *return* di masa depan $f(R)$ dengan R adalah tingkat pengembalian (*return*). Pada tingkat kepercayaan $(1-\alpha)$, akan ditentukan nilai kemungkinan terburuk R^*, sehingga peluang munculnya nilai *return* melebihi R^* adalah $(1-\alpha)$.

$$1-\alpha = \int_{R^*}^{\infty} f(R)dR$$

Sedangkan peluang munculnya suatu nilai *return* kurang dari sama dengan R^*, $p = P(R \leq R^*)$ adalah α.

$$\alpha = \int_{-\infty}^{R^*} f(R)dR = P(R \le R^*) = p$$

Dengan kata lain, luas daerah $-\infty$ sampai dengan R^* harus sama dengan p dan R^* merupakan *quantile* dari distribusi *return* yang merupakan nilai kritis (*cut off value*) dengan peluang yang sudah ditentukan.

Perhitungan VaR dapat disederhanakan jika distribusi dapat diasumsikan mengikuti keluarga parametrik, seperti distribusi normal. Dengan mengasumsikan distribusi *return* berdistribusi normal maka distribusi umum $f(w)$ dapat diterjemahkan ke dalam distribusi normal standar $\Phi(\varepsilon)$, dengan $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$. Jika W_0 didefinisikan sebagai investasi awal, maka nilai aset pada akhir periode waktu adalah $W = W_0(1 + R)$ dan jika W^* adalah nilai aset paling rendah pada tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$, maka hubungan W^* dengan R^* dapat dituliskan sebagai $W^* = W_0(1 + R^*)$. Umumnya, R^* adalah negatif dan dapat ditulis sebagai $-|R^*|$. Lebih lanjut, R^* dapat dikaitkan dengan standar normal deviasi $z_\alpha > 0$ dengan $-z_\alpha = \frac{-|R^*| - \mu}{\sigma}$ sehingga:

$$\alpha = \int_{\infty}^{W^*} f(w)dw = \int_{-\infty}^{-|R^*|} f(R)dR = \int_{-\infty}^{-z_\alpha} \Phi(\epsilon)d\epsilon \qquad (3.20)$$

Nilai z_α diperoleh dari tabel fungsi distribusi standar normal kumulatif. Sehingga dari persamaan (3.18) diperoleh:

$$R^* = \mu - z_\alpha \sigma \qquad (3.21)$$

Berdasarkan uraian di atas maka VaR pada tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$VaR_{(1-\alpha)} = -W_0 R^* \qquad (3.22)$$

Selanjutnya, dalam skripsi ini pengukuran *Value at Risk* (VaR) akan dilakukan dengan pendekatan model EGARCH-M, yaitu dengan menggunakan nilai volatilitasnya (σ).

Prosedur dalam Perhitungan *Value at Risk* dengan menggunakan pendekatan model EGARCH-M adalah sebagai berikut:

1) Asumsikan besarnya investasi awal (W_0).
2) Taksir nilai *return* ($\hat{y}_t$) dan nilai variansi ($\hat{\sigma}_t^2$) dengan pendekatan model EGARCH-M.
3) Hitung nilai volatilitas $\hat{\sigma}_t$ dari nilai variansi yang telah diperoleh.
4) Tentukan besarnya *quantile*, menggunakan persamaan (3.21).
5) Hitung nilai VaR dengan menggunakan persamaan (3.22).