

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Suatu struktur aljabar adalah himpunan takkosong yang dilengkapi satu atau lebih operasi biner pada himpunan tersebut. Salah satu contoh struktur aljabar adalah ring, yaitu suatu himpunan takkosong R yang dilengkapi dengan dua operasi biner $+$ (penjumlahan) dan \cdot (perkalian) sehingga $(R, +)$ membentuk grup komutatif, (R, \cdot) membentuk semigrup serta berlaku sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan. Contoh sederhana dari ring adalah himpunan bilangan bulat \mathbb{Z}

Dari suatu ring yang diketahui, dapat dikonstruksi beberapa ring baru, di antaranya ring hasil kali langsung, ring polinomial serta ring kuosien. Sementara itu, beberapa ring dengan kriteria khusus memiliki nama tertentu, misalnya domain, field dan ring tereduksi.

Suatu ring disebut tereduksi jika tidak mempunyai elemen nilpoten tak nol, yaitu jika $x^2 = 0$ maka $x = 0$. Contoh dari ring tereduksi adalah ring bilangan bulat \mathbb{Z} dan ring kuosien $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ dengan n adalah bilangan bulat yang square free. Bilangan bulat square free adalah bilangan bulat yang tidak dapat dibagi oleh bilan-

gan kuadrat sempurna, kecuali 1. Secara umum, domain adalah ring tereduksi.



Mulvi Ludiana, 2012

Ring Armendariz

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu

Pada tahun 1973, Efraim P. Armendariz membuktikan suatu lema tentang ring tereduksi yang selanjutnya dijadikan dasar oleh M. B. Rege dan Sima Chhawchharia untuk membuat definisi ring Armendariz. Pada tahun 1997, mereka memperkenalkan ring Armendariz, yaitu suatu ring dengan sifat jika hasil kali dua polinom atas ring tersebut sama dengan nol, maka hasil kali antar koefisiennya adalah nol.

Selain memperkenalkan definisi ring Armendariz, Rege dan Sima juga memperkenalkan beberapa ring yang termasuk ring Armendariz dengan menggunakan prinsip idealisasi dari Masayoshi Nagata, serta beberapa ring yang bukan Armendariz. Berdasarkan penjelasan tersebut, hal yang menarik untuk melihat struktur ring Armendariz secara lebih lengkap dan terperinci.

Terdapat suatu konstruksi ring yang menarik yang disebut dengan ring grup. Ring ini menggabungkan suatu ring dengan elemen kesatuan serta suatu grup. Selanjutnya, merupakan suatu hal yang menarik untuk melihat apakah terdapat ring grup yang merupakan ring Armendariz.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang disajikan dalam skripsi ini dirumuskan sebagai berikut.

1. Bagaimana struktur dari ring Armendariz?
2. Bagaimanakah sifat Armendariz dari ring grup $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_n$ (untuk $n = 3$ dan $n = 5$) dan ring grup \mathbb{Z}^S dan ring Armendariz?

1.3 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Mengkaji struktur dari ring Armendariz (definisi, contoh ring Armendariz dan ring non-Armendariz).
2. Memeriksa sifat Armendariz dari ring grup $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_n$ (untuk $n = 3$ dan $n = 5$) dan ring grup \mathbb{Z}^S dan ring Armendariz.

1.4 Sistematika Penulisan

Skripsi ini disusun dalam empat bab. Bab 1 yang merupakan Pendahuluan, seperti yang telah diuraikan, berisi Latar Belakang, Rumusan Masalah, Tujuan Penulisan serta Sistematika Penulisan.

Bab 2 merupakan landasan teori yang akan dipakai pada bab selanjutnya, yaitu berisi penjelasan tentang ring, yaitu grup, ideal, homomorfisma ring, konstruksi ring baru, ring grup, teorema sisa Cina serta modul.

Bab 3 membahas ring Armendariz. Dimulai dengan menampilkan definisi ring tereduksi dan suatu lema tentang ring tereduksi yang dibuktikan oleh E. P. Armendariz, selanjutnya disajikan definisi ring Armendariz oleh Sima dan Rege. Selain itu juga diberikan contoh ring Armendariz dengan memanfaatkan prinsip idealisasi dari M. Nagata. Sebagai tambahan, diperoleh ring grup yang merupakan ring Armendariz.

Bab 4 merupakan penutup, berisi kesimpulan dari kajian yang telah dilakukan

pada Bab 3 serta arah kajian lanjut untuk referensi penelitian selanjutnya.



Mulvi Ludiana, 2012

Ring Armendariz

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu