BAB III

METODE DEKOMPOSISI X-11-ARIMA

3.1 Pendahuluan

Metode Census II telah dikembangkan oleh Biro Sensus Amerika Serikat. Metode Cencus II memiliki beberapa jenis metode dan perbaikan sejak metode pertama dikembangkan pada tahun 1955. Salah satu metode yang sering digunakan oleh berbagai instansi pemerintah dan perusahaan-perusahaan di Amerika Serikat dan negara-negara lain adalah metode X-11.

Metode X-11 digunakan untuk menghilangkan efek musiman pada data deret waktu bulanan atau kuartalan. Metode X-11 didasarkan pada asumsi bahwa data deret waktu dapat didekomposisi (secara multiplikatif atau aditif) menjadi komponen kecenderungan (*trend*), musiman (*seasonal*), siklus dan komponen yang tidak mengandung kecenderungan dan musiman (*irregular*). Metode X-11 menggunakan beberapa jenis rata-rata bergerak terpusat (*centered moving average*) untuk mengestimasi komponen musiman. Beberapa jenis rata-rata bergerak terpusat menggunakan bobot simetrik untuk semua data yang diobservasi kecuali pada data awal dan akhir suatu runtun waktu yang menggunakan bobot asimetrik.

Penggunaan bobot asimetrik dapat menyebabkan estimasi komponen musiman kurang tepat, sehingga menyebabkan nilai dugaan untuk observasi baru harus direvisi sebanyak data yang ditambahkan ke data asli. Ketika terjadi revisi besar-besaran metode X-11 kurang bisa menangani. Untuk mengatasi kelemahan metode X-11 muncullah metode X-11-ARIMA yang dikembangkan oleh Dagum dari lembaga statistik Kanada.

Pada dasarnya proses X-11-ARIMA (Dagum, 1999) terdiri dari:

1. Memodelkan data asli dengan proses *autoregressive moving average* (ARIMA).
2. Memperluas data observasi dengan menggunakan data satu tahun ke belakang yang diperoleh dengan cara *backcasting*, dan data satu tahun ke depan yang diperoleh dengan cara meramalkan data asli berdasarkan model ARIMA yang cocok.
3. Mendekomposisi data observasi yang telah diperluas dengan berbagai jenis rata-rata bergerak dari metode X-11.

Proses ARIMA yang menyatu ke dalam proses X-11 memainkan peran yang sangat penting dalam mengestimasi ramalan faktor musiman ketika musiman bergerak dengan cepat dalam cara stokastik, fenomena seperti ini sering ditemukan dalam indikator ekonomi (Dagum, 1978). Karena data diperluas dengan data tambahan, filter yang digunakan oleh metode X-11 untuk menyesuaikan musiman dari observasi data asli dan untuk menghasilkan ramalan musiman, semakin dekat dengan filter yang digunakan untuk pusat observasi. Akibatnya, derajat kepercayaan dari data yang telah diperluas untuk estimasi lebih besar dibandingkan dengan derajat kepercayaan dari data yang tidak diperluas, dan besarnya revisi menurun secara signifikan.

Langkah paling dasar dalam memperbaiki penyesuaian musiman dari program X-11 adalah memutuskan metode ekstrapolasi seperti apakah yang harus digunakan untuk memperluas data asli. Untuk X-11-ARIMA, pemilihan dibuat berdasarkan beberapa syarat (Dagum, 1978) sebagai berikut:

1. Metode ekstrapolasi harus memiliki jenis yang paling sederhana dalam batas dari deskripsinya di dunia nyata. Tidak ada variabel penjelas yang terlibat; sebaiknya data diuraikan hanya oleh nilai di waktu lampau dan nilai error sembarang *lag*. Syarat ini penting untuk memudahkan penggabungan dari metode ekstrapolasi ke dalam program X-11.
2. Model yang telah diidentifikasi harus kuat terhadap penggabungan data tambahan selama satu atau dua tahun, dan nilai ekstrapolasi yang cocok tidak harus dirubah secara signifikan dengan variasi sederhana dalam nilai parameter. Syarat ini penting untuk menghindari perubahan model yang berkali-kali dan revisi signifikan yang dapat membingungkan para pengguna data penyesuaian musiman.
3. Metode harus menghasilkan nilai ekstrapolasi yang mengikuti pergerakan intratahunan walaupun nilai ekstrapolasinya dapat kehilangan nilai. Syarat ini memberikan fakta bahwa nilai-nilai yang direncanakan bukan untuk politik atau membuat keputusan tetapi untuk memperbaiki penyesuaian musiman.
4. Metode harus menghasilkan nilai ekstrapolasi optimum dalam pengertian *minimum square error*. Syarat ini membolehkan nilai ekstrapolasi, paling sedikit satu, untuk digunakan sebagai data awal yang datang dari hasil yang tidak lengkap.
5. Metode harus bersifat parsimoni dalam jumlah parameter. Karakteristik utama dari data adalah dapat diringkas dalam parameter dengan jumlah yang

sedikit.

Syarat-syarat yang telah disebutkan di atas mengarahkan ke pemilihan metode peramalan univariat dari beberapa metode yang dikembangkan, dalam hal ini dipilih model ARIMA Box-Jenkins. Model ARIMA telah dibuktikan sebagai prosedur peramalan yang kuat untuk data dalam jumlah besar.

3.2 Metode Dekomposisi X-11-ARIMA

Metode X-11-ARIMA terdiri dari perluasan data runtun waktu yang diberikan oleh peramalan model ARIMA dan penggunaan metode dekomposisi X-11 untuk data runtun waktu yang diperluas tersebut. Proses X-11-ARIMA dalam kasus sederhana (tidak terdapat efek kalender dalam data runtun waktu) yaitu setelah terpilih model ARIMA yang sesuai dengan data, dilakukan peramalan kemudian hasil perluasan data didekomposisi dengan menggunakan metode X-11. Jika terdapat efek kalender dalam suatu data runtun waktu, maka sebelum melakukan estimasi ARIMA efek kalender harus dihilangkan dari data rutun waktu tersebut.

Misalkan terdapat data terperinci tentang penjualan suatu produk perusahaan XYZ yang mengindikasikan bahwa beberapa hari dalam seminggu memiliki tingkat penjualan yang tinggi. Pada hari kamis, jumat, dan sabtu jumlah penjualannya hampir mendekati dua kali lipat jumlah penjualan pada hari senin, selasa, dan rabu (tidak ada penjualan pada hari minggu). Ini artinya bulan yang memiliki 5 hari kamis dan/ atau jumat dan/ atau sabtu, akan memiliki tingkat penjualan yang tinggi dibandingkan dengan bulan yang hanya memiliki 4 hari kamis dan/ atau jumat dan/ atau sabtu. Fenomena seperti ini disebut dengan efek kalender.

Untuk mengecek apakah suatu data runtun waktu mengandung variasi efek kalender (*trading day*) atau tidak, digunakan uji F dari analisis varians (Shiskin, 1967). Dengan:

a. Hipotesis:

$H_0 : \sigma_1 = \sigma_2 = \ldots = \sigma_k$

H_1 : paling sedikit satu tanda sama dengan tidak berlaku

atau

H_0 : data runtun waktu tidak mengandung variasi efek kalender (*Trading Day*)

H_1 : data runtun waktu mengandung variasi efek kalender (*Trading Day*)

b. Statistik uji:

$$F_{\text{hitung}} = \frac{A_y/(k-1)}{D_y/\sum(n_i-1)}$$

dengan

A_y	:	jumlah kuadrat-kuadrat dari sumber variasi antar kelompok;
(k-1)	:	derajat kebebasan dari A_y;
D_y	:	jumlah kuadrat-kuadrat dari sumber variasi dalam kelompok;
$\sum(n_i-1)$	:	derajat kebebasan dari D_y.

c. Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $F_{\text{hitung}} > F_{\text{tabel}} = F_{(1-\alpha),(\nu_1,\nu_2)}$ dengan $\alpha = 5$ %, $\nu_1 = (k-1)$, dan $\nu_2 = \sum(n_i-1)$. Pengujian hipotesis diatas dapat juga diuji dengan menggunakan kriteria pengujian tolak H_0 jika nilai *Sig.* $< \alpha$.

3.2.1 Penyesuaian Data terhadap Hari Perdagangan (*Trading Day*)

Untuk menghilangkan efek kalender, dilakukan penyesuaian data terhadap hari perdagangan. Hal ini diperlukan karena suatu bulan tertentu mungkin mempunyai jumlah hari kerja atau hari perdagangan yang tidak sama dalam tahun yang berbeda. Di beberapa perusahaan atau industri, faktor ini menjadi sangat penting karena dapat berpengaruh secara nyata pada tingkat penjualan.

Langkah pertama adalah menentukan jumlah hari perdagangan untuk setiap bulan pada tahun-tahun yang berbeda dilanjutkan dengan menghitung jumlah hari kerja rata-rata untuk setiap bulan. Rata-rata hari kerja yang bersesuaian dengan bulan yang bersangkutan dipakai sebagai pembagi nilai-nilai yang sebenarnya dari bulan yang bersangkutan. Koefisien yang dihasilkan digunakan sebagai pembagi data asli untuk memperoleh himpunan data yang telah disesuaikan terhadap hari perdagangan secara matematis. Penyesuaian hari perdagangan bisa dihitung dengan rumus

$$Y_t = X_t \times \frac{\bar{D}_J}{D_j} \tag{3.1}$$

dengan Y_t adalah data hasil penyesuaian ke-t;

X_t adalah data asli ke-t sebelum penyesuaian;

$\bar{D}_J$ adalah rata-rata jumlah hari perdagangan seluruh tahun untuk bulan j;

D_j adalah jumlah hari perdagangan untuk bulan j.

3.2.2 Langkah-Langkah Metode Dekomposisi X-11-ARIMA

Setelah dilakukan penyesuaian data terhadap hari perdagangan, dilakukan estimasi dan peramalan dari model ARIMA yang cocok dengan data yang telah disesuaikan. Data yang telah diperluas dengan data satu tahun ke belakang yang diperoleh dengan cara *backcasting*, dan data satu tahun ke depan yang diperoleh dengan cara meramalkan data asli berdasarkan model ARIMA yang cocok disebut data perluasan. Selanjutnya dilakukan metode dekomposisi X-11 terhadap data perluasan. Terdapat tiga langkah utama dari metode dekomposisi X-11 dan setiap langkah utama memiliki beberapa proses yang akan dijelaskan pada subbab berikut (Biro Pusat Statistik Israel, 2007).

3.2.2.1 Estimasi Awal

3.2.2.1.1 Estimasi Komponen *Trend*-Siklus

Estimasi komponen *trend*-siklus pertama $(CT_t^{(1)})$ diperoleh dari penggunaan rata-rata bergerak MA 2 × 12 terhadap data perluasan $(O_t^{(1)})$. Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$CT_t^{(1)} = MA\ 2 \times 12\ (O_t^{(1)}) \tag{3.2}$$

dengan $CT_t^{(1)}$ adalah komponen *trend*-siklus pada iterasi pertama;

$O_t^{(1)}$ adalah data perluasan.

3.2.2.1.2 Estimasi Komponen Musiman-*Irregular*

Estimasi komponen musiman - *irregular* pertama $(IE_t^{(1)})$ diperoleh dari perhitungan rasio antara data perluasan ($O_t^{(1)}$) dengan data *trend*-siklus yang diperoleh dari persamaan (3.2). Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$IE_t^{(1)} = O_t^{(1)}/CT_t^{(1)} \tag{3.3}$$

dengan $IE_t^{(1)}$ adalah komponen musiman - *irregular* pada iterasi pertama.

3.2.2.1.3 Estimasi Komponen Musiman "Bias"

Komponen musiman diestimasi dengan menggunakan penghalusan (*smoothing*) pada komponen musiman-*irregular* satu bulan sekaligus. Misalkan pertama dilakukan penghalusan pada nilai yang berhubungan dengan bulan Januari kemudian nilai yang berhubungan dengan bulan Februari dan seterusnya.

Untuk mengestimasi komponen musiman awal ($I_t^{(0)}$) dari komponen musiman-*irregular* ($IE_t^{(1)}$) digunakan rata-rata bergerak 3×3 (MA 3×3) pada setiap bulan secara terpisah. Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$I_t^{(0)} = \text{MA } 3 \times 3 \, (IE_t^{(1)}) \tag{3.4}$$

dengan $I_t^{(0)}$ adalah komponen musiman awal pada iterasi pertama.

Komponen musiman awal ($I_t^{(0)}$) disebut bias karena rataan tahunan tidak sama dengan 100 % (tanda % sering dihilangkan atau tidak ditulis). Pada model multiplikatif komponen musiman diukur dalam persentase dan rataannya harus sama dengan 100. Kemudian komponen musiman awal ($I_t^{(0)}$) dibuat normal sedemikian sehingga untuk satu tahun observasi, rataannya hampir mendekati 100. Untuk mencari nilai-nilai komponen musiman awal yang normal ($I_t^{(1)}$) digunakan rumus sebagai berikut:

$$I_t^{(1)} = \frac{(Jumlah\ Bulan\ \times 100)}{\sum I_t^{(0)}} \times I_t^{(0)} \tag{3.5}$$

dengan $I_t^{(1)}$ adalah komponen musiman awal yang telah dinormalkan pada iterasi pertama.

Estimasi komponen *irregular* dengan membagi komponen musiman-*irregular* yang diperoleh dari persamaan (3.3) oleh komponen musiman yang telah dinormalkan. Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$E_t^{(1)} = IE_t^{(1)} / I_t^{(1)} \tag{3.6}$$

dengan $E_t^{(1)}$ adalah komponen *irregular* pada iterasi pertama.

Kemudian hitung deviasi standar (σ) pergerakan lima tahun dari estimasi komponen *irregular* dan uji komponen *irregular* di pusat tahun dari periode lima tahun terhadap S_u dengan menggunakan rumus (Monsell, 1984) sebagai berikut:

$$D_t = \frac{\left|E_t^{(1)} - u_1\right|}{\sigma} \tag{3.7}$$

dengan D_t adalah nilai dari komponen *irregular* ($E_t^{(1)}$) yang dibandingkan dengan nilai S_l dan S_u;

u_1 adalah rataan dari komponen *irregular* ($E_t^{(1)}$);

S_u adalah batas atas untuk σ (pada umumnya $S_u = 2{,}5$).

Ketentuan perhitungan nilai deviasi standar pergerakan lima tahun (Dagum, 1999) adalah sebagai berikut:

a. Untuk data dua tahun pertama, nilai deviasi standar yang digunakan adalah nilai deviasi standar yang diperoleh dari data tiga tahun pertama dari periode lima tahun.

b. Untuk data dua tahun terakhir, nilai deviasi standar yang digunakan adalah nilai deviasi standar yang diperoleh dari data tiga tahun terakhir dari periode lima tahun.

c. Untuk data pada pusat tahun dari pergerakan lima tahun, nilai deviasi standar yang digunakan adalah nilai deviasi standar yang diperoleh dari data keseluruhan (data lima tahun).

Hilangkan nilai D_t yang melebihi S_u dan hitung kembali deviasi standar pergerakan lima tahun. Berikan nilai bobot = 0 terhadap nilai D_t yang melebihi S_u dan bobot = 1 (bobot penuh) terhadap nilai D_t yang kurang dari S_l. Berikan bobot antara 0 dan 1 terhadap nilai D_t antara S_l dan S_u dengan menggunakan rumus (Monsell, 1984) sebagai berikut:

$$W_t = \frac{S_u - D_t}{S_u - S_l} \tag{3.8}$$

dengan W_t adalah nilai bobot yang diberikan ke $E_t^{(1)}$;

S_l adalah batas bawah untuk σ (pada umumnya $S_l = 1{,}5$).

Nilai dari komponen musiman-*irregular* yang nilai *irregular*nya tidak diberi bobot penuh dipertimbangkan sebagai nilai ekstrim, nilai ekstrim tersebut harus diganti. Penggantian nilai ekstrim dilakukan pada setiap bulan secara terpisah (Monsell, 1984) dengan cara sebagai berikut:

a. Untuk nilai ekstrim yang terletak pada urutan pertama atau kedua dari setiap ujung suatu runtun, penggantian nilai ekstrim dilakukan dengan cara merata-ratakan nilai ekstrim itu sendiri dengan nilai bobotnya dan empat nilai komponen musiman-*irregular* yang memiliki bobot penuh.

b. Untuk nilai ekstrim yang terletak di tengah urutan dalam suatu runtun, penggantian nilai ekstrim dilakukan dengan cara merata-ratakan nilai ekstrim itu sendiri dengan nilai bobotnya, dua nilai komponen musiman-*irregular* sebelum dan dua nilai komponen musiman-*irregular* sesudah nilai ekstrim tersebut yang memiliki bobot penuh. . Jika tidak terdapat paling sedikit dua nilai komponen musiman-*irregular* yang memiliki bobot penuh di sebelum atau sesudah nilai ekstrim tersebut maka penggantian nilai ekstrim dilakukan dengan cara merata-ratakan nilai komponen musiman-*irregular* untuk bulan tersebut.

Estimasi kembali komponen musiman dengan menggunakan MA 3×3 pada komponen musiman-*irregular* yang telah diganti nilai ekstrimnya, untuk setiap bulan secara terpisah. Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$I_t^{(2)} = MA\ 3 \times 3\ (IE_t^{(2)}) \qquad (3.9)$$

dengan $I_t^{(2)}$ adalah komponen musiman pada iterasi pertama;

$IE_t^{(2)}$ adalah komponen musiman-*irregular* yang telah diganti nilai ekstrimnya pada iterasi pertama.

3.2.2.1.4 Estimasi Komponen Musiman "Tidak Bias" dengan Pemusatan

Setelah komponen musiman awal ($I_t^{(0)}$) dibuat normal sehingga rataan dari setiap periode 12-bulan hampir mendekati seratus, setiap komponen musiman ($I_t^{(2)}$) dibagi oleh MA 2×12 dari komponen musiman ($I_t^{(2)}$) sehingga menghasilkan komponen musiman ($I_t^{(3)}$). Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$I_t^{(3)} = I_t^{(2)} / MA\ 2 \times 12\ (I_t^{(2)}) \quad (3.10)$$

dengan $I_t^{(3)}$ adalah komponen musiman pada iterasi pertama.

3.2.2.1.5 Penyesuaian Musiman Awal

Estimasi data penyesuaian musiman pertama ($IA_t^{(1)}$) diperoleh dengan membagi data perluasan ($O_t^{(1)}$) oleh estimasi komponen musiman ($I_t^{(3)}$). Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$IA_t^{(1)} = O_t^{(1)} / I_t^{(3)} \quad (3.11)$$

dengan $IA_t^{(1)}$ adalah data penyesuaian musiman pertama pada iterasi pertama.

3.2.2.2 Estimasi Akhir dari Komponen Musiman dan Data Penyesuaian Musiman

3.2.2.2.1 Estimasi Komponen *Trend*-Siklus

Estimasi komponen *trend*-siklus kedua ($CT_t^{(2)}$) diperoleh dengan menggunakan rata-rata bergerak Henderson 13-suku pada data penyesuaian musiman ($IA_t^{(1)}$). Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$CT_t^{(2)} = H_{13}\left(IA_t^{(1)}\right) \quad (3.12)$$

dengan $CT_t^{(2)}$ adalah komponen *trend*-siklus pada iterasi kedua;

H_{13} adalah rata-rata bergerak Henderson 13-suku.

3.2.2.2.2 Estimasi Komponen Musiman-*Irregular*

Untuk mendapatkan estimasi komponen musiman-*irregular* akhir ($IE_t^{(3)}$), data perluasan ($O_t^{(1)}$) dibagi oleh data *trend*-siklus yang diperoleh dari persamaan (3.12). Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$IE_t^{(3)} = O_t^{(1)}/CT_t^{(2)} \tag{3.13}$$

dengan $IE_t^{(3)}$ adalah komponen musiman-*irregular* pada iterasi kedua.

3.2.2.2.3 Estimasi Komponen Musiman "Bias"

Untuk mengestimasi komponen musiman awal ($I_t^{(4)}$) dari komponen musiman-*irregular* ($IE_t^{(3)}$) digunakan rata-rata bergerak 3×5 (MA 3×5) pada setiap bulan secara terpisah. Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$I_t^{(4)} = \text{MA } 3 \times 5\,(IE_t^{(3)}) \tag{3.14}$$

dengan $I_t^{(4)}$ adalah komponen musiman awal pada iterasi kedua.

Kemudian komponen musiman awal ($I_t^{(4)}$) dibuat normal sedemikian sehingga untuk satu tahun observasi, rataannya hampir mendekati 100. Untuk mencari nilai-nilai komponen musiman awal yang normal ($I_t^{(5)}$) digunakan rumus sebagai berikut:

$$I_t^{(5)} = \frac{(Jumlah\ Bulan\ \times 100)}{\sum I_t^{(4)}} \times I_t^{(4)} \tag{3.15}$$

dengan $I_t^{(5)}$ adalah komponen musiman awal yang telah dinormalkan pada iterasi kedua.

Estimasi komponen *irregular* dengan membagi komponen musiman-*irregular* yang diperoleh dari persamaan (3.13) oleh komponen musiman yang telah dinormalkan. Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$E_t^{(2)} = IE_t^{(3)}/I_t^{(5)} \tag{3.16}$$

dengan $E_t^{(2)}$ adalah komponen *irregular* pada iterasi kedua.

Kemudian hitung deviasi standar (σ) pergerakan lima tahun dari estimasi komponen *irregular* ($E_t^{(2)}$) dan uji komponen *irregular* ($E_t^{(2)}$) di pusat tahun dari periode lima tahun terhadap S_u dengan menggunakan rumus (Monsell, 1984) sebagai berikut:

$$D_t = \frac{\left|E_t^{(1)} - u_2\right|}{\sigma} \tag{3.17}$$

dengan D_t adalah nilai dari komponen *irregular* ($E_t^{(2)}$) yang dibandingkan dengan nilai S_l dan S_u;

u_2 adalah rataan dari komponen *irregular* ($E_t^{(2)}$);

S_u adalah batas atas untuk σ (pada umumnya $S_u = 2{,}5$).

Hilangkan nilai yang melebihi S_u dan hitung kembali deviasi standar pergerakan lima tahun. Berikan nilai bobot = 0 terhadap nilai D_t yang melebihi S_u dan bobot = 1 (bobot penuh) terhadap nilai D_t yang kurang dari S_l. Berikan bobot antara 0 dan 1 terhadap nilai D_t antara S_l dan S_u dengan menggunakan rumus pada persamaan (3.8).

Nilai dari komponen musiman-*irregular* yang nilai *irregular*nya tidak diberi bobot penuh dipertimbangkan sebagai nilai ekstrim, nilai ekstrim tersebut harus diganti. Penggantian nilai ekstrim dilakukan pada setiap bulan secara terpisah (Monsell, 1984) dengan cara sebagai berikut:

a. Untuk nilai ekstrim yang terletak pada urutan pertama atau kedua dari setiap ujung suatu runtun, penggantian nilai ekstrim dilakukan dengan cara merata-ratakan nilai ekstrim itu sendiri dengan nilai bobotnya dan empat nilai komponen musiman-*irregular* yang memiliki bobot penuh.
b. Untuk nilai ekstrim yang terletak di tengah urutan dalam suatu runtun, penggantian nilai ekstrim dilakukan dengan cara merata-ratakan nilai ekstrim itu sendiri dengan nilai bobotnya, dua nilai komponen musiman-*irregular* sebelum dan dua nilai komponen musiman-*irregular* sesudah nilai ekstrim tersebut yang memiliki bobot penuh. Jika tidak terdapat paling sedikit dua nilai komponen musiman-*irregular* yang memiliki bobot penuh di sebelum atau sesudah nilai ekstrim tersebut maka penggantian nilai ekstrim dilakukan dengan cara merata-ratakan nilai komponen musiman-*irregular* untuk bulan tersebut.

Estimasi kembali komponen musiman dengan menggunakan MA 3×5 pada komponen musiman-*irregular* yang telah dimodifikasi, untuk setiap bulan secara terpisah. Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$I_t^{(6)} = MA\,3 \times 5\,(IE_t^{(4)}) \tag{3.18}$$

dengan $I_t^{(6)}$ adalah komponen musiman pada iterasi kedua;

$IE_t^{(4)}$ adalah komponen musiman-*irregular* yang telah dimodifikasi pada iterasi kedua.

3.2.2.2.4 Estimasi Komponen Musiman "Tidak Bias"

Setelah komponen musiman ($I_t^{(4)}$) dibuat normal sehingga rataan dari setiap periode 12-bulan hampir mendekati seratus, setiap komponen musiman ($I_t^{(6)}$) dibagi oleh MA 2×12 dari komponen musiman ($I_t^{(6)}$) sehingga menghasilkan komponen musiman akhir ($I_t^{(7)}$). Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$I_t^{(7)} = I_t^{(6)} / MA\ 2 \times 12\ (I_t^{(6)}) \tag{3.19}$$

dengan $I_t^{(7)}$ adalah komponen musiman akhir pada iterasi kedua.

3.2.2.2.5 Penyesuaian Musiman Akhir

Estimasi data penyesuaian musiman akhir ($IA_t^{(2)}$) diperoleh dengan membagi data perluasan ($O_t^{(1)}$) oleh estimasi komponen musiman ($I_t^{(7)}$). Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$IA_t^{(2)} = O_t^{(1)} / I_t^{(7)} \tag{3.20}$$

dengan $IA_t^{(2)}$ adalah data penyesuaian musiman pada iterasi kedua.

3.2.2.3 Estimasi Akhir dari Komponen *Trend*-Siklus dan *Irregular*

3.2.2.3.1 Estimasi Komponen *Trend*-Siklus

Estimasi komponen *trend*-siklus akhir ($CT_t^{(3)}$) diperoleh dengan menggunakan rata-rata bergerak Henderson 9-suku atau 13-suku atau 23-suku pada data penyesuaian musiman ($IA_t^{(2)}$). Pemilihan rata-rata bergerak Henderson untuk mengestimasi komponen *trend*-siklus dibuat berdasarkan estimasi rasio

$\bar{E}/\overline{CT}$. Rata-rata bergerak yang cocok untuk sembarang $\bar{E}/\overline{CT}$ (Shiskin, 1967) dijelaskan pada tabel 3.1 berikut:

Tabel 3.1

Pemilihan Rata-Rata Bergerak Henderson Berdasarkan Estimasi Rasio $\bar{E}/\overline{CT}$

$\bar{E}/\overline{CT}$	Rata-Rata Bergerak yang Dipilih
0,00-0,99	Rata-Rata Bergerak Henderson 9-suku
1,00-3,49	Rata-Rata Bergerak Henderson 13-suku
≥ 3,50	Rata-Rata Bergerak Henderson 23-suku

Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$CT_t^{(3)} = H_n\left(IA_t^{(2)}\right) \quad (3.21)$$

dengan $CT_t^{(3)}$ adalah komponen *trend*-siklus pada iterasi terakhir;

H_n adalah rata-rata bergerak Henderson n-suku, dengan n = 9, atau 13, atau 23.

3.2.2.3.2 Estimasi Komponen *Irregular*

Estimasi komponen *irregular* akhir ($E_t^{(3)}$) diperoleh dari rasio antara data penyesuaian musiman akhir yang diperoleh dari persamaan (3.20) dan estimasi *trend*-siklus akhir yang diperoleh dari persamaan (3.21). Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$E_t^{(3)} = IA_t^{(2)}/CT_t^{(3)} \quad (3.22)$$

dengan $E_t^{(3)}$ adalah komponen *irregular* pada iterasi terakhir.

3.3 Tahap Pengujian

Tahap terakhir adalah pengujian data runtun waktu untuk menentukan apakah dekomposisi yang telah dilakukan sukses atau tidak. Pengujian ini berdasarkan pertimbangan intuitif. Terdapat tiga jenis pengujian yang akan digunakan (Rama, 2009) yaitu:

1. Uji Bulan yang Berdekatan

   Menghitung rasio bulan tertentu terhadap nilai rata – rata dari bulan yang sebelum dan sesudahnya memberikan indikasi bagaimana bulan tertentu tersebut berbeda dari bulan yang sebelum dan sesudahnya. Jika nilai rata-rata rasio dari data akhir yang telah disesuaikan menurut musim berada pada interval 95-105 maka proses penyesuaian musiman cukup berhasil menghilangkan variasi musiman.

2. Uji Januari

   Membagi runtun data akhir yang telah disesuaikan menurut musim dengan nilai yang bersangkutan dari setiap bulan Januari yang sebelumnya menghasilkan himpunan nilai yang telah distandarkan dengan bulan Januari sebagai dasar. Jika pola yang tampak dalam rasio hanyalah komponen *trend* maka ini menunjukkan bahwa komponen musiman telah dihilangkan secara efektif.

3. Uji Ekualitas

   Uji ini membandingkan rata-rata bergerak 12-bulanan data asli dengan rata-rata 12-bulanan dari data yang telah disesuaikan menurut musim. Rasio antara dua rata-rata ini digunakan untuk mengetahui adanya penyesuaian yang berlebihan untuk komponen musiman yang mungkin terjadi. Jika rasio < 90 atau > 110 ini menunjukkan bahwa penyesuaian musiman terlalu berlebihan dalam mengestimasi fluktuasi dalam data.

3.4 Peramalan

Untuk membuat ramalan pada beberapa bulan yang diinginkan diperoleh dari hasil kali faktor musiman yang diramalkan satu tahun ke depan dengan taksiran akhir *trend*-siklus pada tahun sebelumnya.

$F_{\text{bulan tahun}}$ = ramalan musiman * *trend*-siklus

Pada bulan dan tahun yang akan ditentukan.

Untuk mendapatkan nilai ramalan musiman digunakan rumus (Biro Pusat Statistik Israel, 2007) sebagai berikut:

$$S_{j,n_j+1} = S_{j,n_j} + (S_{j,n_j} - S_{j,n_j-1})/2 \tag{3.23}$$

dengan S_{n_j+1} adalah komponen ramalan musiman dan n_j adalah tahun terakhir untuk sebarang bulan j.