

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu yang mempelajari sifat-sifat graf, pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler, matematikawan asal Swiss, dalam papernya *seven bridges of Konigsberg* pada tahun 1736, pertama kali digunakan untuk memecahkan masalah jembatan Konigsberg. Secara umum teori graf merupakan pasangan terurut himpunan titik dan himpunan sisi. Salah satu teori yang dipelajari dalam teori graf adalah pelabelan pada graf. Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan pada tahun 1967 oleh Alex Rosa dalam pelabelan graf yang diberinya nama  $\beta$ -valuation.

Meskipun umurnya relatif muda, teori graf, khususnya pelabelan graf telah berkembang pesat hingga sekarang, baik dari segi pengembangan teori maupun aplikasi di berbagai bidang. Telah banyak hasil penelitian yang bermunculan khususnya dalam 30 tahun terakhir dan sampai kini masih tetap berkembang pesat, hal ini disebabkan oleh semakin banyaknya aplikasi graf dimanfaatkan oleh bidang lainnya. Bahkan, teori graf memberikan kontribusi pengembangan ilmu yang sangat besar dalam *Mathematic Review Database* untuk bidang kombinatorika yang meliputinya.

Pelabelan graf adalah pemetaan yang memetakan titik dan sisi menjadi bilangan, biasanya bilangan bulat positif atau bilangan bulat non-negatif.

Berdasarkan elemen yang dilabeli, pelabelan graf dibagi menjadi 3 macam, yaitu pelabelan sisi, pelabelan titik dan pelabelan total (pelabelan sisi dan titik). Pelabelan sisi adalah pelabelan yang hanya memetakan himpunan sisi ke himpunan bilangan bulat. Pelabelan titik adalah pelabelan yang hanya memetakan himpunan titik ke himpunan bilangan bulat. Pelabelan total adalah pelabelan yang memetakan himpunan sisi dan himpunan titik ke himpunan bilangan bulat.

Pada tahun 2005, Suresh dan Shudakar, memperkenalkan sistem pelabelan baru yang dinamakan pelabelan kombinatorik yang terdiri dari operasi permutasi dan kombinasi. Pelabelan kombinasi dari suatu graf dengan  $p$  titik dan  $q$  sisi,  $(p, q)$  – graf  $G$ , disebut graf kombinasi jika terdapat fungsi bijektif dari himpunan titik ke  $\{1, 2, 3, \dots, p\}$  sehingga nilai setiap sisi yang diperoleh dari kombinasi nilai titik ujung yang lebih besar ke nilai titik ujung yang lebih kecil berbeda satu sama lainnya.

Pelabelan kombinasi dari suatu graf mempunyai aturan pelabelan masing-masing. Perbedaan aturan tersebut yang membuat beberapa kesulitan jika pelabelan dilakukan secara manual. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk membuat program pelabelan kombinasi pada graf. Penulis hanya membuat program untuk graf dengan  $p$  titik dan  $q$  sisi, graf lengkap dengan  $n$  titik, yang dinotasikan dengan  $K_n$ , *cycle* (graf lingkaran) dengan  $n$  titik, dinotasikan dengan  $C_n$ , dan graf bipartit lengkap dengan titik di setiap partisi  $r$ , dinotasikan dengan  $K_{r,r}$ .

## 1.2 Rumusan dan Batasan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang tersebut maka rumusan masalah yang akan dibahas oleh penulis adalah program pelabelan kombinasi pada sebuah graf dengan  $p$  titik dan  $q$  sisi, graf lengkap dengan  $n$  titik, yang dinotasikan dengan  $K_n$ , *cycle* (graf lingkaran) dengan  $n$  titik, dinotasikan dengan  $C_n$ , dan graf bipartit lengkap dengan titik di setiap partisi  $r$ , dinotasikan dengan  $K_{r,r}$ . Berikut rincian rumusan masalah yang akan dijelaskan dalam tugas akhir ini:

1. Bagaimana pelabelan kombinasi pada sebuah graf dengan  $p$  titik dan  $q$  sisi, graf lengkap dengan  $n$  titik, yang dinotasikan dengan  $K_n$ , *cycle* (graf lingkaran) dengan  $n$  titik, dinotasikan dengan  $C_n$ , dan graf bipartit lengkap dengan titik di setiap partisi  $r$ , dinotasikan dengan  $K_{r,r}$ ?
2. Bagaimana algoritma untuk pelabelan kombinasi pada sebuah graf dengan  $p$  titik dan  $q$  sisi, graf lengkap dengan  $n$  titik, yang dinotasikan dengan  $K_n$ , *cycle* (graf lingkaran) dengan  $n$  titik, dinotasikan dengan  $C_n$ , dan graf bipartit lengkap dengan titik di setiap partisi  $r$ , dinotasikan dengan  $K_{r,r}$ ?
3. Bagaimana membuat program untuk pelabelan kombinasi pada sebuah graf dengan  $p$  titik dan  $q$  sisi, graf lengkap dengan  $n$  titik, yang dinotasikan dengan  $K_n$ , *cycle* (graf lingkaran) dengan  $n$  titik, dinotasikan dengan  $C_n$ , dan graf bipartit lengkap dengan titik di setiap partisi  $r$ , dinotasikan dengan  $K_{r,r}$ ?

Batasan masalah dalam tugas akhir ini adalah untuk graf dengan  $p$  titik dan  $q$  sisi merupakan graf sederhana. Graf lengkap dengan  $n$  titik, yang dinotasikan

dengan  $K_n$ , untuk  $n \leq 2$ , *cycle* (graf lingkaran) dengan  $n$  titik, dinotasikan dengan  $C_n$ , untuk  $n > 3$ , dan graf bipartit lengkap dengan titik di setiap partisi  $r$ , dinotasikan dengan  $K_{r,r}$ , untuk  $r \leq 2$ .

### 1.3 Tujuan Penulisan

1. Mengetahui pelabelan kombinasi pada sebuah graf dengan  $p$  titik dan  $q$  sisi, graf lengkap dengan  $n$  titik, yang dinotasikan dengan  $K_n$ , *cycle* (graf lingkaran) dengan  $n$  titik, dinotasikan dengan  $C_n$ , dan graf bipartit lengkap dengan titik di setiap partisi  $r$ , dinotasikan dengan  $K_{r,r}$ .
2. Mengetahui algoritma untuk pelabelan kombinasi pada sebuah graf dengan  $p$  titik dan  $q$  sisi, graf lengkap dengan  $n$  titik, yang dinotasikan dengan  $K_n$ , *cycle* (graf lingkaran) dengan  $n$  titik, dinotasikan dengan  $C_n$ , dan graf bipartit lengkap dengan titik di setiap partisi  $r$ , dinotasikan dengan  $K_{r,r}$ .
3. Membuat implementasi pelabelan kombinasi pada sebuah graf dengan  $p$  titik dan  $q$  sisi, graf lengkap dengan  $n$  titik, yang dinotasikan dengan  $K_n$ , *cycle* (graf lingkaran) dengan  $n$  titik, dinotasikan dengan  $C_n$ , dan graf bipartit lengkap dengan titik di setiap partisi  $r$ , dinotasikan dengan  $K_{r,r}$  dalam bentuk program dengan menggunakan bahasa pemrograman PHP.

## 1.4 Metodologi Penulisan

Metodologi penulisan yang digunakan dalam penyusunan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

### 1. Studi Pustaka

Dalam tahap ini penulis mencoba mengumpulkan sejumlah teori-teori yang ada kaitannya dengan masalah yang dibahas dan mempelajari berbagai macam sumber yang berkaitan dengan tema tugas akhir seperti buku-buku, artikel, dan jurnal dari internet.

### 2. Pembuatan Program

Dalam tahap ini penulis akan membuat program aplikasi dari masalah yang telah penulis pilih sebagai implementasi dari studi pustaka mengenai pelabelan kombinasi pada sebuah graf dengan  $p$  titik dan  $q$  sisi, graf lengkap dengan  $n$  titik, yang dinotasikan dengan  $K_n$ , *cycle* (graf lingkaran) dengan  $n$  titik, dinotasikan dengan  $C_n$ , dan graf bipartit lengkap dengan titik di setiap partisi  $r$ , dinotasikan dengan  $K_{r,r}$ .

### 3. Uji Coba

Dalam tahap ini penulis menguji program yang telah dibuat dan memperbaiki jika tidak sesuai dengan aturan yang telah ada.

## 1.5 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan yang digunakan pada penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

- BAB I Merupakan pendahuluan mencakup latar belakang masalah, rumusan dan batasan masalah, tujuan penulisan, metodologi penulisan, dan sistematika penulisan.
- BAB II Mengemukakan teori penunjang yang diperlukan di antaranya menjelaskan konsep Teori Graf dan konsep pelabelan pada graf.
- BAB III Mengemukakan konsep pelabelan kombinasi pada sebuah graf dengan  $p$  titik dan  $q$  sisi, graf lengkap dengan  $n$  titik, yang dinotasikan dengan  $K_n$ , *cycle* (graf lingkaran) dengan  $n$  titik, dinotasikan dengan  $C_n$ , dan graf bipartit lengkap dengan titik di setiap partisi  $r$ , dinotasikan dengan  $K_{r,r}$ .
- BAB IV Mengemukakan algoritma dan pemrograman pelabelan kombinasi pada sebuah graf dengan  $p$  titik dan  $q$  sisi, graf lengkap dengan  $n$  titik, yang dinotasikan dengan  $K_n$ , *cycle* (graf lingkaran) dengan  $n$  titik, dinotasikan dengan  $C_n$ , dan graf bipartit lengkap dengan titik di setiap partisi  $r$ , dinotasikan dengan  $K_{r,r}$ . Dan memperlihatkan hasil uji coba pelabelan kombinasi pada sebuah graf tersebut dalam bentuk program aplikasi.
- BAB V Merangkum keseluruhan hasil pembahasan dalam bentuk kesimpulan dan saran.