

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dari bab-bab sebelumnya, maka penulis merangkum intisari dari tulisan skripsi ini sebagai kesimpulan berikut :

- 1) Beberapa sifat yang berlaku pada integral *Riemann-Stieltjes* adalah sebagai berikut :
 - a. Sifat kelinearan, sifat perkalian dengan skalar, sifat penjumlahan interval, sifat perbandingan, dan sifat komposisi.
 - b. Jika f kontinu pada $[a, b]$ dan α monoton naik pada $[a, b]$, maka $f \in \mathcal{R}_\alpha[a, b]$.
 - c. Jika f monoton pada $[a, b]$ dan α kontinu dan monoton naik pada $[a, b]$, maka $f \in \mathcal{R}_\alpha[a, b]$.
- 2) Adapun hubungan antara integral *Riemann* dan integral *Riemann-Stieltjes* adalah sebagai berikut :
 - a. Integral *Riemann* merupakan kasus khusus dari integral *Riemann-Stieltjes*. Sehingga ketika fungsi pembanding α dari f didefinisikan dengan $\alpha(x) = x$, maka f terintegralkan *Riemann*.

- b. Integral *Riemann-Stieltjes* dapat disetarakan ke dalam bentuk integral *Riemann* asalkan $\alpha' \in \mathcal{R}[a, b]$, lebih khususnya $f \in \mathcal{R}_\alpha[a, b]$ jika dan hanya jika $f\alpha' \in \mathcal{R}[a, b]$. Dalam hal ini

$$\int_a^b f d\alpha = \int_a^b f(x)\alpha'(x) dx$$

- 3) Untuk mengkonstruksi integral *Riemann-Stieltjes* dari fungsi yang bernilai vektor, dapat diawali dengan memisalkan $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_k)$ adalah fungsi bernilai vektor dari $[a, b]$ ke \mathbb{R}^k . Selanjutnya definisikan bahwa fungsi \mathbf{f} dikatakan terintegralkan *Riemann-Stieltjes* pada $[a, b]$ terhadap α jika dan hanya jika f_i terintegralkan *Riemann-Stieltjes* pada $[a, b]$ terhadap α untuk setiap $i = 1, 2, \dots, k$.

Dengan kata lain $\mathbf{f} \in \mathcal{R}_\alpha[a, b] \Leftrightarrow f_i \in \mathcal{R}_\alpha[a, b], \forall i = 1, 2, \dots, k$.

Dalam hal ini

$$\int_a^b \mathbf{f} d\alpha = \left(\int_a^b f_1 d\alpha, \int_a^b f_2 d\alpha, \dots, \int_a^b f_k d\alpha \right)$$

- 4) Beberapa sifat yang berlaku pada integral *Riemann-Stieltjes* dari fungsi yang bernilai vektor diantaranya adalah sifat kelinearan, sifat perkalian dengan skalar, sifat penjumlahan interval, dan sifat perbandingan nilai norm.

5.2 Saran

Pada tulisan ini hanya dibahas mengenai konsep dasar untuk mengkonstruksi integral *Riemann-Stieltjes* dari fungsi yang bernilai vektor beserta sifat-sifat dasar yang muncul dari kondisi tersebut. Untuk pembaca yang tertarik untuk melanjutkan pembahasan mengenai integral *Riemann-Stieltjes*, penulis merekomendasikan untuk membahas :

- a. Ruang Semimetrik dari himpunan fungsi-fungsi yang terintegralkan *Riemann-Stieltjes*.
- b. Ruang Topologi dari himpunan fungsi-fungsi yang terintegralkan *Riemann-Stieltjes*.
- c. Karakteristik integral *Riemann-Stieltjes* dari fungsi yang bernilai kompleks.