

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Volatilitas memiliki banyak peranan dalam sektor finansial, satu diantaranya dalam hal pengamatan perilaku dari harga suatu aset finansial. Perilaku dari harga suatu aset finansial dapat diamati melalui dua parameter, yaitu rata-rata dan standar deviasi. Dalam hal ini standar deviasi dari residual dinamakan volatilitas. Volatilitas didefinisikan sebagai ukuran ketidakpastian dari pergerakan suatu aset pada waktu yang akan datang (Suwandi, 2007). Semakin besar volatilitas, semakin besar pula kemungkinan harga aset dapat naik atau turun secara drastis.

Volatilitas data runtun waktu di sektor finansial seringkali sangat tinggi. Tingkat volatilitas yang tinggi ditunjukkan oleh suatu fase dimana fluktuasinya relatif tinggi dan kemudian diikuti fluktuasi yang rendah kemudian tinggi kembali. Dengan kata lain data ini memiliki rata-rata dan varian yang tidak konstan. Model estimasi terhadap perilaku data dengan volatilitas tinggi, beberapa diantaranya *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH) yang dikembangkan oleh Engle pada 1982, *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH) yang dikembangkan oleh *Bollerslev* dan *Taylor* pada 1986, dan *stochastic volatility*.

Model volatilitas yang baik adalah model yang menunjukkan sifat *return*. Dua sifat *return* yang paling penting ditunjukkan model volatilitas (Pertiwi, 2006) adalah

1. Kurtosisnya leptokurtik atau cenderung leptokurtik,
2. Autokorelasi dari *squared return* nilainya kecil dan terus menurun secara perlahan seiring bertambahnya lag waktu.

Sifat-sifat *return* lainnya

1. Distribusi berekor tebal (*heavy tails*)
2. *Aggregational gaussianity*, maksudnya perubahan skala waktu (Δt) dapat membuat distribusi *return* semakin menyerupai distribusi normal.

Seperti halnya *return*, volatilitas juga memiliki beberapa karakteristik, diantaranya

1. *Volatility cluster*, yaitu volatilitas dapat tinggi untuk periode waktu tertentu dan rendah untuk periode waktu lain
2. Volatilitas berkembang secara kontinu sepanjang waktu, maksudnya volatilitas jarang melonjak
3. Volatilitas tidak divergen menuju tak hingga, maksudnya volatilitas berubah-ubah dalam beberapa *range* tertentu. Secara statistik hal ini berarti volatilitas seringkali stasioner
4. Volatilitas menampilkan reaksi berbeda pada peningkatan harga atau penurunan harga. Hal ini disebut *leverage effect*.

Sifat-sifat ini memainkan aturan penting dalam pengembangan model volatilitas.

Beberapa model volatilitas diajukan secara spesifik untuk memperbaiki kelemahan model yang telah ada dalam ketidakmampuannya menjelaskan asumsi volatilitas. Sebagai contoh, model volatilitas yang telah disebutkan sebelumnya, yaitu *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH) dan *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH). Model ARCH dan GARCH berangkat dari asumsi bahwa terdapat gejolak yang bersifat simetris terhadap volatilitas (*symmetric shocks to volatility*). Tetapi dalam beberapa kasus di sektor finansial, terdapat gejolak yang bersifat asimetris (*asymmetric shocks*). Artinya penurunan tajam di pasar (efek negatif) tidak diikuti dengan kenaikan di pasar (efek positif) dalam ukuran yang sama di waktu yang lain. Inilah yang dimaksud dengan *leverage effect* pada pembahasan sebelumnya.

Berangkat dari asumsi adanya gejolak asimetris terhadap volatilitas atau karakteristik volatilitas (yaitu *leverage effect*), dalam tugas akhir yang berjudul Model Volatilitas *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (EGARCH) ini penulis akan membahas model volatilitas dengan asumsi tersebut, yaitu model volatilitas EGARCH.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan dalam tugas akhir ini dapat dirumuskan sebagai berikut

1. Bagaimana model volatilitas *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (EGARCH)?

2. Bagaimana estimasi parameter pada model volatilitas *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (EGARCH)?
3. Bagaimana model volatilitas *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (EGARCH) untuk data saham harian PT HM Sampoerna Tbk.?

1.3 Batasan Masalah

Pada pembahasan tugas akhir ini penulis memodelkan data dengan model volatilitas *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (EGARCH) yang masih sederhana, yaitu model volatilitas EGARCH(1,1), EGARCH(1,2), EGARCH(2,1), dan EGARCH(2,2).

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan yang ingin dicapai dalam penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut

1. Menentukan model volatilitas *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (EGARCH).
2. Menentukan nilai-nilai estimasi parameter pada model *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (EGARCH).
3. Mengetahui model volatilitas *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (EGARCH) untuk data saham harian PT HM Sampoerna Tbk.

1.5. Manfaat Penulisan

1. Teoritis

Adapun manfaat penulisan tugas ini secara teoritis adalah memperkaya dan memperluas pengetahuan tentang analisis runtun waktu, khususnya yang berkaitan dengan masalah ekonomi. Disamping itu tugas akhir ini sebagai evaluasi terhadap kemampuan dalam mengaplikasikan teori-teori tentang analisis runtun waktu dan ekonometrika yang telah disampaikan semasa perkuliahan.

2. Praktis

Manfaat penulisan tugas akhir ini secara praktis adalah sebagai bahan pertimbangan dan masukan bagi pihak yang berkepentingan serta dapat dijadikan sebagai salah satu sumber informasi yang dapat mendukung tujuan pihak yang berkepentingan tersebut.

1.6. Sistematika Penulisan

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penulisan, manfaat penulisan, dan sistematika penulisan

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini membahas teori dan sifat-sifat runtun waktu serta metode-metode peramalan yang menjadi dasar dan penunjang dalam pembahasan tugas akhir ini.

BAB III PEMBAHASAN

Bab ini berisi pembahasan tentang teori yang dikaji oleh penulis dalam tugas akhir ini.

BAB IV CONTOH KASUS

Bab ini membahas analisa data sesuai dengan teori yang telah dikaji pada bab sebelumnya untuk mendapatkan pemecahan dari masalah yang telah dirumuskan.

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini terdiri atas kesimpulan yang merupakan jawaban atas rumusan masalah yang telah dirumuskan dan saran. Pada bagian saran penulis mencoba memberikan solusi dari permasalahan yang ada sesuai dengan kapasitas dan kemampuan penulis secara akademis.

BAB II

LANDASAN TEORITIS

2.1 Non Linear Maximum Likelihood

Misal dimiliki model regresi sebagai berikut

$$y = f(X, \beta) + e$$

Jika e berdistribusi normal dengan $E[e] = 0$ dan $E[ee'] = \sigma^2 I$ maka fungsi likelihood untuk fungsi regresi $f(X, \beta)$ berbentuk

$$\begin{aligned} L(\beta, \sigma^2 | y, X) &= (2\pi\sigma^2)^{-T/2} \exp\left\{-\frac{[y - f(X, \beta)]'[y - f(X, \beta)]}{2\sigma^2}\right\} \\ &= (2\pi\sigma^2)^{-T/2} \exp\left\{-\frac{s(\beta)}{2\sigma^2}\right\} \end{aligned} \quad (2.1.1)$$

dengan $s(\beta) = y'y - 2f(X, \beta)'y + f(X, \beta)'f(X, \beta)$.

Log likelihood-nya adalah

$$\ell(\beta, \sigma^2 | y, X) = \ln L(\beta, \sigma^2 | y, X) = -\frac{T}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2} \ln \sigma^2 - \frac{s(\beta)}{2\sigma^2} \quad (2.1.2)$$

Secara umum tidak memungkinkan untuk mencari penaksir $\hat{\beta}$ sehingga

$\frac{\partial \ell}{\partial \beta} = 0$, yang memungkinkan adalah mencari penaksir σ^2 . Diferensialkan

persamaan (2.1.2) terhadap σ^2 , samakan hasilnya dengan nol sehingga diperoleh penaksir

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{s(\beta)}{T}$$

Selanjutnya tulis kembali fungsi log likelihood dalam β dengan mengganti σ^2 oleh $\hat{\sigma}^2$, yaitu

$$\ell^*(\beta|y, X) = -\frac{T}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2} \ln \frac{s(\beta)}{T} - \frac{T}{2} = c - \frac{T}{2} \ln \frac{s(\beta)}{T} \quad (2.1.3)$$

dengan $c = -\frac{T}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2}$ adalah sebuah konstanta.

2.2 Model Runtun Waktu

2.2.1 Stasioneritas Proses Stokastik

Suatu runtun waktu dapat dipandang sebagai sutau realisasi dari suatu proses statistik (stokastik). Biasanya kita tidak memperoleh realisasi yang lain dari proses stokastik, artinya kita tidak dapat mengulang kembali keadaan untuk memperoleh himpunan observasi serupa seperti yang telah dikumpulkan.

Dengan demikian sebarang z_t dapat dipandang sebagai suatu realisasi dari suatu variabel random Z_t yang mempunyai distribusi dengan fungsi kepadatan peluang (fkp) tertentu, misalnya $f(z_t)$. Setiap himpunan Z_t , misalnya $Z_{t_1}, Z_{t_2}, \dots, Z_{t_r}$ mempunyai fkp bersama $f(z_{t+n_1}, z_{t+n_2}, \dots, z_{t+n_m})$ yang independen dengan t , sebarang bilangan bulat m dan sebarang n_1, n_2, \dots, n_m ; jika struktur probabilitas tidak berubah seiring berubahnya waktu maka proses seperti ini dinamakan stasioner. Jika definisi ini berlaku tapi dengan m yang dibatasi, yaitu $m < p$, dengan p adalah bilangan bulat positif maka stasioneritas seperti itu dinamakan stasioner tingkat p .

Untuk proses Gaussian yang didefinisikan dengan sifat bahwa fkp yang berkaitan dengan sebarang himpunan waktu adalah normal, stasioneritasnya hanya

memerlukan stasioneritas tingkat dua. Biasanya stasioner tingkat dua dinamakan stasioner lemah.

Suatu runtun waktu $\{Z_t\}$ adalah stasioner lemah jika rata-rata dari Z_t dan kovarian antara Z_t dan Z_{t-k} konstan. Dengan demikian dalam proses stasioner lemah berlaku

$$E(Z_t) = \mu$$

$$\text{Cov}(Z_t, Z_{t-k}) = \gamma_k$$

dengan k adalah sebarang bilangan bulat, μ dan γ_k konstan untuk setiap lag ke- k .

2.2.2 Fungsi Autokovariansi

Fungsi autokovariansi adalah himpunan autokovariansi dari berbagai lag $\{\gamma_k; k = 0, 1, 2, \dots\}$. Lag ke- k adalah pergeseran data sebanyak k langkah dari data awalnya baik maju maupun mundur. Pada runtun waktu stasioner berlaku

$$E(Z_t) = \mu$$

$$\text{Cov}(Z_t, Z_{t-k}) = \gamma_k$$

μ : rata-rata proses yang berlangsung

γ_k : autokovariansi pada lag ke- k

Proses ini memiliki variansi yang konstan, yaitu $\text{Var}(Z_t) = \sigma_z^2 = \gamma_0$ sedangkan

$$\gamma_k = \text{Cov}(Z_t, Z_{t-o}) = \text{Cov}(Z_t, Z_t) = \text{Var}(Z_t) \quad (2.2.1)$$

Karena $\text{Cov}(Z_t, Z_{t-k}) = \text{Cov}(Z_{t-k}, Z_t) = \text{Cov}(Z_t, Z_{t+k})$ maka dapat ditunjukkan bahwa

$\gamma_k = \gamma_{-k}$ untuk semua bilangan bulat k .

2.2.3 Fungsi Autokorelasi dan Fungsi Autokorelasi Parsial

Dalam metode runtun waktu, alat utama untuk mengidentifikasi model dari data yang ingin kita ramalkan adalah menggunakan fungsi autokorelasi (fak) dan fungsi autokorelasi parsial (fakp).

Autokorelasi pada lag ke-k didefinisikan dengan:

$$\rho_k = \frac{\text{cov}(z_t, z_{t-k})}{\sqrt{\text{var}(z_t)}\sqrt{\text{var}(z_{t-k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (2.2.2)$$

Fungsi autokorelasi atau fak adalah himpunan semua autokorelasi untuk berbagai lag, ditulis $\{\rho_k; k = 0, 1, 2, \dots\}$ dengan $\rho_0 = 1$. μ dan γ_k dapat ditaksir dari data sampel dengan rumus:

$$1) \hat{\mu} = \bar{z} = \sum_{t=1}^N z_t$$

$$2) \hat{\gamma}_k = C_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (z_t - \bar{z})(z_{t-k} - \bar{z})$$

Sehingga berdasarkan rumus tersebut, fungsi autokorelasi dapat ditulis dalam bentuk

$$\hat{\rho}_k = r_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} = \frac{C_k}{C_0}$$

Jika runtun waktu stasioner maka Bartlett merumuskan variansi dari r_k sebagai

$$\text{berikut:} \quad \text{var}(r_k) = \frac{1}{N} \left(1 + 2 \sum_{i=1}^k \rho_i^2 \right) \approx \frac{1}{N} \left(1 + 2 \sum_{i=1}^k r_i^2 \right) \quad (2.2.3)$$

Matriks autokorelasi suatu runtun waktu stasioner yang panjangnya N didefinisikan dengan:

$$P_N = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{N-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{N-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_{N-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N-1} & \rho_{N-2} & \rho_{N-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Fungsi autokorelasi parsial (fakp) adalah himpunan autokorelasi parsial untuk berbagai lag k , ditulis $\{\phi_{kk}; k=1, 2, \dots\}$. Dimana ϕ_{kk} didefinisikan dengan:

$$\phi_{kk} = \frac{|P_k^*|}{|P_k|}; \text{ dimana } P_k^* \text{ adalah } P_k \text{ dengan kolom terakhir diganti oleh } \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix}$$

Sehingga

$$\phi_{11} = \frac{|P_1^*|}{|P_1|} = \frac{|\rho_1|}{1} = \rho_1$$

$$\phi_{22} = \frac{|P_2^*|}{|P_2|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2}$$

dan seterusnya.

Untuk lag yang cukup besar, dimana fakp menjadi kecil, *Quenouille* telah membuktikan bahwa: $\text{var}(\hat{\phi}_{kk}) \approx \frac{1}{N}$

2.2.4 Proses Autoregresif

Bentuk umum proses AR tingkat p atau AR (p) yaitu:

$$\begin{aligned} z_t &= \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t \\ z_t - \phi_1 z_{t-1} - \phi_2 z_{t-2} - \dots - \phi_p z_{t-p} &= a_t \\ z_t - \phi_1 B z_t - \phi_2 B^2 z_t - \dots - \phi_p B^p z_t &= a_t \\ (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) z_t &= a_t \end{aligned} \quad \text{dengan } a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$$

$$\phi(B)z_t = a_t$$

dengan $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ disebut operator AR(p).

Proses AR (1) berbentuk:

$$z_t = \phi z_{t-1} + a_t ; \quad (2.2.4)$$

Diperoleh variansi dari z_t adalah $\sigma_z^2 = \frac{\sigma_a^2}{1 - \phi^2}$, sehingga daerah

stasioneritasnya berada pada $-1 < \phi < 1$.

Ciri dari proses AR (1) adalah:

- fak dari AR (1) adalah $\rho_k = \phi^k$
- pada $0 < \phi < 1$ fak turun secara eksponensial menuju nol
- pada $-1 < \phi < 0$ fak turun menuju nol sambil bergantian tanda
- fakp terputus setelah lag ke-1 ($\phi_1 = \phi$, dan $\phi_{kk} = 0$ untuk $k \geq 2$).

Proses AR (2) berbentuk:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + a_t \quad (2.2.5)$$

Diperoleh variansi dari z_t adalah

$\sigma_z^2 = \gamma_0 = \frac{(1-\phi_2)\sigma_a^2}{(1+\phi_2)(1-\phi_1-\phi_2)(1+\phi_1-\phi_2)}$, sehingga daerah stasioneritasnya berada

pada $-1 < \phi_2$, $\phi_1 + \phi_2 < 1$, dan $-\phi_1 + \phi_2 < 1$.

Ciri dari proses AR (2) adalah:

- fak dari proses AR (2) adalah $\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2}$
- fak untuk AR (2) turun menuju nol.
- fakp terputus setelah lag ke-2

Secara umum ciri-ciri teoritik dari proses AR(p) adalah:

- grafik fak turun secara eksponensial menuju nol
- fakp terputus setelah lag ke-p.

2.2.5 Proses Moving Average

Bentuk umum model MA orde q atau MA (q) adalah:

$$z_t = a_t + \theta a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots + \theta_q a_{t-q} ; \text{ dengan } a_t \stackrel{iid}{\approx} N(0, \sigma_a^2) \quad (2.2.6)$$

Persamaan di atas dapat ditulis dengan:

$$z_t = \theta(B) a_t \quad (2.2.7)$$

dengan $\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q$.

Proses MA (1) berbentuk:

$$z_t = a_t + \theta a_{t-1} \quad (2.2.8)$$

Ciri dari proses MA (1) adalah:

- fak dari MA (1) terputus setelah lag ke-1 ($\rho_0 = 1, \rho_k = 0; k \geq 2$)

b) fakp-nya adalah $\phi_{kk} = \frac{(-1)^{k-1} \theta^k (1-\theta^2)}{1-\theta^{2(k+1)}}$

c) grafik fakp turun secara geometrik menuju nol.

Secara umum, ciri-ciri teoritik dari proses MA (q) adalah:

- grafik fak teputus setelah lag ke-q
- grafik fakp turun secara eksponensial

2.2.6 Proses ARMA

Bentuk umum proses ARMA (p,q) adalah:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (2.2.9)$$

atau

$$\phi(B)z_t = \theta(B)a_t$$

model ARMA dapat ditulis sebagai model MA yaitu $z_t = \Psi(B)a_t$ ataupun sebagai

model AR yaitu $\pi(B)z_t = a_t$, dimana $\Psi(B) = \phi^{-1}(B)\theta(B)$ dan $\pi(B) = \theta^{-1}\phi(B)$.

Ciri teoritik dari proses ARMA(p,q) adalah grafik dari fak dan fakpnya turun secara eksponensial menuju nol.

2.2.7 Pembentukan Model

Langkah-langkah pembentukan model secara iteratif adalah sebagai berikut:

a. Identifikasi model

Identifikasi model ARMA digunakan untuk menentukan representasi yang memadai dari suatu proses runtun waktu z_1, z_2, \dots, z_n . Kita hitung mean,

variansi, fak, dan fakp runtun waktu itu. Selanjutnya diplot grafik fak $\{r_k\}$ dan fakp $\{\hat{\phi}_{kk}\}$ dengan masing-masing garis batas $2SE(r_k)$ dan $2SE(\hat{\phi}_{kk})$.

Berikut ini adalah tabel pendekatan $\{r_k\}$ dan $\{\hat{\phi}_{kk}\}$ untuk berbagai model

Tabel 1
Pendekatan $\{r_k\}$ dan $\{\hat{\phi}_{kk}\}$ Untuk Berbagai Model

Model	Pendekatan
AR (p)	$\hat{\phi}_{kk} \sim N\left[0, \frac{1}{N}\right]; k > p$
MA (q)	$\hat{r}_k \sim N\left[0, \frac{1}{N}\left[1 + 2 \sum_{i=1}^q r_k^2\right]\right]; k > q$
ARMA (p, q)	$\{r_k\}$ dan $\{\hat{\phi}_{kk}\}$ tidak terputus

Sedangkan nilai pendekatan var (\bar{z}) untuk proses ARMA (p, q), dengan $p + q \leq 2$ adalah sebagai berikut:

Tabel 2
Pendekatan var \bar{z}

Model	Pendekatan
AR (1)	$\frac{Co(1+r_1)}{N(1-r_2)}$
MA (1)	$\frac{Co(1+2r_1)}{N}$
AR (2)	$\frac{Co(1+r_1)(1-2r_1^2+r_2)}{N(1-r_1)(1-r_2)}$

Model	Pendekatan
MA (2)	$\frac{Co(1 + 2r_1 + 2r_2)}{N}$
ARMA (1, 1)	$\frac{Co \left(1 + \frac{2r_1^2}{r_1 - r_2} \right)}{N}$

b. Estimasi Parameter dalam Model

Setelah kita mengidentifikasi data runtun waktu Z_1, Z_2, \dots, Z_n , atau selisihnya (runtun waktu yang telah stasioner) menjadi satu atau lebih model yang cocok, selanjutnya kita harus melakukan estimasi parameter-parameter yang tidak diketahui $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q, \sigma_a^2)$ dengan menggunakan estimator yang paling efisien, yaitu estimasi yang memaksimumkan fungsi likelihoodnya.

c. Verifikasi Model

Verifikasi adalah pemeriksaan apakah model yang dibentuk cukup cocok dengan data yang ada. Jika terjadi penyimpangan yang cukup serius maka kita harus merumuskan kembali model yang baru. Pengujian yang harus dilakukan pada langkah ini adalah sebagai berikut:

i) Uji keberartian koefisien (ϕ ataupun θ)

H_0 : koefisien tidak berarti

H_1 : koefisien berarti (berpengaruh terhadap model)

Kriteria : tolak H_0 jika $|\hat{\phi}| \geq 2SE(\phi)$ atau $|\hat{\theta}| \geq 2SE(\theta)$

ii) Variansi sesatan

Pilih model yang mempunyai variansi sesatan yang paling kecil.

iii) Uji kecocokan (*lack of fit*)

H_0 : model sesuai

H_1 : model tidak sesuai

Kriteria : tolak H_0 jika $\chi^2_{hit} = R = N \sum_{k=1}^K r_k^2 \hat{a} \geq \chi^2_{tabel} = \chi^2_{K-p-q}$

Jika pada langkah verifikasi menghasilkan lebih dari satu model cocok (sesuai) dengan data maka dalam penentuan model terbaik digunakan prinsip parsimoni.

2.2.8 Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH)

Keberadaan volatilitas yang tinggi menyebabkan perlunya dibuat suatu model pendekatan tertentu untuk mengukur masalah residual. Salah satu pendekatan untuk meramalkan volatilitas residual adalah dengan memasukkan variabel independen yang mampu meramalkan volatilitas residual tersebut. Menurut Robert Engle, seorang ahli ekonometrika yang pertama kali menganalisis adanya masalah heteroskedastisitas dan varian residual di dalam runtun waktu, varian residual yang berubah-ubah terjadi karena varian residual tidak hanya fungsi dari variabel independen tapi tergantung juga pada seberapa besar residual di masa lalu.

Pada tahun 1981 Engle mengembangkan model *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH). Ide pokok model ARCH adalah *news* (shocks) a_t dari aset return tidak berkorelasi secara parsial, tetapi independen dan keterikatan a_t dapat dijelaskan oleh fungsi kuadratik sederhana. Lebih spesifik lagi, suatu model ARCH orde p mengasumsikan bahwa

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p a_{t-p}^2 \quad (2.2.10)$$

dengan $\varepsilon_t \sim i.i.d N(0,1)$, $\alpha_0 > 0$, dan $\alpha_i \geq 0$ untuk $i > 0$. Pada kenyataannya ε_t sering diasumsikan mengikuti distribusi normal baku atau Student-t baku atau *generalized error distribution* (GED). Beberapa penulis menggunakan h_t untuk menotasikan variansi bersyarat dalam persamaan (2.2.10). dalam hal ini, *shock* menjadi $a_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t$.

Model volatilitas ARCH memiliki beberapa kelemahan, diantaranya (Tsay, 2005)

1. Model mengasumsikn *good news* dan *bad news* memiliki pengaruh sama terhadap volatilitas. Padahal dalam kenyataannya harga sebuah aset finansial memberi respon berbeda terhadap *good news* dan *bad news*.
2. Model ARCH hanya menyediakan cara mekanis untuk menjelaskan perilaku variansi bersyarat. Model ARCH tidak memberikan indikasi tentang penyebab perilaku.
3. Parameter model ARCH terbatas.
4. Model ARCH merespon secara lambat *shock* yang besar terhadap *return*.

2.2.9 Uji efek ARCH

Pada awalnya data runtun waktu diduga hanya memiliki masalah autokorelasi, tidak memiliki masalah heteroskedastisitas. Namun Engle menunjukkan bahwa seringkali data runtun waktu selain memiliki masalah autokorelasi juga memiliki masalah heteroskedastisitas. Dalam tugas akhir ini ada dua uji yang akan dibahas untuk mendeteksi keberadaan heteroskedastisitas atau keberadaan efek ARCH.

1. Uji efek ARCH dengan mengetahui pola residual kuadrat dari correlogram.

Jika fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial dari residual tidak sama dengan nol maka dapat disimpulkan bahwa model mengandung unsur ARCH. Uji keberadaan efek ARCH dalam residual kuadrat melalui fungsi autokorelasi maupun fungsi autokorelasi parsial dapat juga dianalisis melalui uji statistik dari Ljung-Box. Langkah pengujian Ljung-Box sebagai berikut

Hipotesis

H_0 : k lag pertama dari barisan a_t^2 adalah nol

H_1 : k lag pertama dari barisan a_t^2 adalah tidak nol

Statistik uji

$$LB = n(n+2) \sum_{k=1}^K \left(\frac{\rho_k^2}{n-k} \right) \sim \chi_{(k-m)}^2 \quad (2.2.11)$$

$$\text{dengan } \hat{\rho}_K = \frac{\sum_{t=1}^T (e_t^2 - \hat{\sigma}^2)(e_{t-K}^2 - \hat{\sigma}^2)}{\sum_{t=1}^T (e_t^2 - \hat{\sigma}^2)^2}$$

k: banyak residual atau lag yang di ambil

m: banyaknya parameter

n: banyaknya observasi

Kriteria pengujian

$$H_0 \text{ ditolak jika } LB > \chi_{(k-m)}^2(\alpha)$$

2. Uji ARCH-LM

Engle telah mengembangkan pengujian untuk mengetahui masalah heteroskedastisitas dalam data runtun waktu yang dikenal dengan uji ARCH. Ide dasar uji ini adalah bahwa varian residual bukan hanya fungsi dari variabel independen tetapi tergantung pada residual kuadrat pada periode sebelumnya.

Misalkan $a_t = r_t - \mu_t$ adalah residual persamaan rata-rata. Barisan a_t^2 digunakan untuk memeriksa heteroskedastisitas bersyarat atau efek ARCH.

Regresi linear dari variansi

$$a_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 a_{t-1}^2 + \dots + \gamma_p a_{t-p}^2 + e_t \quad t = m+1, \dots, T \quad (2.2.12)$$

Dengan e_t adalah error, m bilangan bulat, dan T adalah ukuran sampel atau banyaknya observasi.

Langkah pengujian ARCH-LM

Hipotesis

$$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_p = 0$$

H_1 : minimal satu tanda “=” tidak berlaku

Statistik Uji

$$F = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/m}{SSR_1/(T - 2m - 1)} \quad (2.2.13)$$

$$\text{dengan } SSR_0 = \sum_{m+1}^T (a_t^2 - \bar{a}^2)^2$$

$$\bar{a} = 1/T \sum_{t=1}^T a_t^2, \text{ rata-rata sampel dari } a_t^2$$

$$SSR_1 = \sum_{m+1}^T \hat{e}_t^2, \hat{e}_t^2 \text{ residual kuadrat terkecil}$$

Kriteria pengujian

$$H_0 \text{ di tolak jika } F > \chi_m^2(\alpha)$$

Jika ukuran sampel besar, menurut Engle model dalam persamaan (2.2.12) akan mengikuti distribusi *Chi-Squares* dengan derajat kebebasan p , yaitu

$$(n-p)R^2 \sim \chi_p^2(\alpha) \quad (2.2.14)$$

Dengan demikian kriteria pengujiannya menjadi H_0 ditolak jika

$$(n-p)R^2 > \chi_p^2(\alpha).$$

2.2.10 Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

Pada 1986 Tim Bollerslev menyempurnakan model ARCH yang dikembangkan Engle. Bollerslev menyatakan bahwa varian residual tidak hanya bergantung pada residual periode lalu tetapi juga variansi residual periode lalu. Model yang dikembangkan Bollerslev dikenal dengan *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH).

Untuk sebuah barisan log return r_t , misalkan $a_t = r_t - \mu_t$, a_t mengikuti model GARCH(p,q) jika

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.2.15)$$

dengan $\varepsilon_t \stackrel{i.i.d}{\approx} N(0,1)$, $\alpha_0 > 0$, $\beta_j \geq 0$, $\sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_i) < 1$, $\alpha_i = 0$ untuk $i > m$, dan $\beta_j = 0$ untuk $j > s$.

Pembatasan $(\alpha_i + \beta_i)$ mengakibatkan variansi tidak bersyarat dari a_t berhingga, sedangkan variansi bersyaratnya berkembang sepanjang waktu. Seperti pada model ARCH, pada GARCH ε_t sering diasumsikan mengikuti distribusi normal baku atau Student-t baku atau *generalized error distribution* (GED).

2.3 Return

Dari sudut pandang investor, lebih menarik jika melihat *return* suatu aset investasi daripada harga asetnya. Hal ini dikarenakan investor memiliki keuntungan relatif dari investasinya bukan harga nominal dari investasi. Return diinterpretasikan sebagai harga relatif yang berubah mengikuti perbandingan perusahaan lain, *stock markets* dan nilai tukar mata uang.

Karena investor tidak mengetahui secara pasti *return* yang diharapkan maka diramalkan *expected return*. *Expected return* adalah rata-rata tertimbang dari berbagai *return* historis dengan probabilitas masing-masing *return* sebagai faktor penimbangnya.

$$\Delta P = P\bar{r}\Delta t \quad (2.3.1)$$

Dengan ΔP : selisih antara P_t dan P_{t-1}

\bar{r} : *expected return*

Dari persamaan (2.3.1), diperoleh

$$\frac{dP}{P} = \bar{r}dt$$

$$\int_{t-1}^t \frac{dP}{P} = \int_{t-1}^t \bar{r} dt$$

$$\ln P_t - \ln P_{t-1} = \bar{r}t - \bar{r}(t-1) \rightarrow \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = \bar{r}$$

Dengan kondisi pasar yang kondusif, nilai R_t akan mendekati nilai hampiran \bar{r} , sehingga

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \approx \ln P_t - \ln P_{t-1} \quad (2.3.2)$$



BAB III

MODEL VOLATILITAS EXPONENTIAL GENERALIZED

AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY

(EGARCH)

3.1 Proses Exponential GARCH

Exponential GARCH (EGARCH) diajukan Nelson pada 1991 untuk menutupi kelemahan model ARCH/GARCH dalam menangkap fenomena ketidaksimetrisan *good news* (error positif) dan *bad news* (error negatif). Model ARCH/GARCH mengasumsikan pengaruh *good news* dan *bad news* sama terhadap volatilitasnya sehingga tidak dapat menangkap fenomena ketidaksimetrisan.

Pada data *return*, nilai volatilitas akan tinggi ketika nilai error lebih kecil dari nol dibandingkan ketika error lebih besar dari nol. Keadaan yang disebut *Leverage Effect* ini ditangkap oleh model Exponential GARCH.

Untuk memperhitungkan efek asimetris antara *good news* dan *bad news*, Nelson mempertimbangkan inovasi terboboti (*weighted innovation*).

$$g(\varepsilon_t) = \theta\varepsilon_t + \gamma[|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)] \quad (3.1.1)$$

dengan θ dan γ adalah konstanta riil, ε_t dan $|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)$ barisan berdistribusi identik independen dengan rata-rata nol dan kontinu. Dengan demikian $E[g(\varepsilon_t)] = 0$. Ketidaksimetrisan dari $g(\varepsilon_t)$ dapat dilihat dengan menulis kembali persamaan (3.1.1) sebagai

$$g(\varepsilon_t) = \begin{cases} (\theta + \gamma)\varepsilon_t - \gamma E(|\varepsilon_t|), & \varepsilon_t \geq 0 \\ (\theta - \gamma)\varepsilon_t - \gamma E(|\varepsilon_t|), & \varepsilon_t \leq 0 \end{cases} \quad (3.1.2)$$

Di samping dapat menangkap efek asimetris dari *good news* dan *bad news*, model Exponential GARCH memiliki kelebihan lain dibandingkan model ARCH/GARCH, yaitu parameter-parameter pada Exponential GARCH tidak perlu dibatasi untuk menjamin variansi selalu positif. Hal ini dikarenakan bentuk persamaan dalam logaritma.

3.1.1 Proses Exponential GARCH (1,1)

Misalkan Z_1, Z_2, \dots, Z_t adalah suatu runtun waktu; I_t merupakan himpunan informasi yang diketahui pada waktu t . proses Z_t dikatakan mengikuti proses EGARCH orde satu jika

$$\varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, \sigma^2) \text{ dengan}$$

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \beta \ln \sigma_{t-1}^2 + \alpha \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + \gamma \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} - E \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} \right] \right] \quad (3.1.3)$$

$$\sigma_t^2 = \sigma_{t-1}^{2\beta} \exp \left[\omega - E \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} \right] \right] \exp \left[\frac{\alpha + \gamma}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} |\varepsilon_{t-1}| \right]$$

Karena pada model volatilitas EGARCH error positif dan error negatif memberikan pengaruh yang berbeda terhadap volatilitas maka persamaan (3.1.3) dapat ditulis kembali dalam bentuk

$$\sigma_t^2 = \begin{cases} \sigma_{t-1}^{2\beta} \exp\left[\omega - \gamma E\left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right|\right] \exp\left[\frac{\alpha - \gamma}{\sqrt{\sigma_{t-1}}} \varepsilon_{t-1}\right], & \varepsilon_t < 0 \\ \sigma_{t-1}^{2\beta} \exp\left[\omega - \gamma E\left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right|\right] \exp\left[\frac{\alpha + \gamma}{\sqrt{\sigma_{t-1}}} \varepsilon_{t-1}\right], & \varepsilon_t \geq 0 \end{cases} \quad (3.1.4)$$

dengan σ_t^2 : variansi error pada waktu t

α : parameter untuk mengukur ketidaksimetrisan

γ : parameter untuk mengukur besarnya volatilitas

Karena $E\left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}}\right| = 0$ maka persamaan (3.1.3) dapat juga ditulis dalam

bentuk

$$\ln \sigma_t^2 = \sigma^2 + \alpha_1 \left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right| + \gamma_1 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \beta_1 \ln \sigma_{t-1}^2 \quad (3.1.5)$$

Persamaan (3.1.5) terdiri dari dua unsur, yaitu *magnitude effect* $\left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right|$ yang menunjukkan besarnya pengaruh volatilitas pada periode t-1 terhadap varian saat ini dan *sign effect* $\left(\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right)$ yang menunjukkan perbedaan pengaruh *good news* dan *bad news* pada periode t-1 terhadap varian saat ini.

Selanjutnya agar persamaan (3.1.3) mengikuti distribusi normal baku $N(0,1)$ maka ε_t harus dibagi dengan simpangan bakunya.

Bukti:

Karena $\varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, \sigma^2)$ maka fungsi pembangkit momen untuk ε_t adalah

$$M_\varepsilon(t) = E[e^{t\varepsilon}] = e^{1/2t^2\sigma^2}$$

Selanjutnya misalkan $Y = \frac{\varepsilon}{\sigma_t}$

$$M_Y(t) = E[e^{tY}] = E\left[e^{\frac{t\varepsilon}{\sigma}}\right] = E\left[e^{\frac{t\varepsilon}{\sigma}}\right] = e^{\frac{1}{2}\left(\frac{t}{\sigma}\right)^2 \sigma^2} = e^{\frac{1}{2}t^2} \quad (3.1.6)$$

Dengan demikian $\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t} | I_{t-1} \sim N(0,1)$.

Karena runtun waktu Z_1, Z_2, \dots, Z_t yang didefinisikan oleh $Z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sigma_t}$ menjadi berdistribusi identik independen dengan rata-rata nol dan variansi satu maka diperoleh $\varepsilon_t = Z_t \sigma_t$.

3.1.2 Proses Exponential GARCH (p,q)

Misalkan Z_1, Z_2, \dots, Z_t adalah suatu data runtun waktu; I_t merupakan himpunan informasi yang diketahui pada waktu t . proses Z_t dikatakan mengikuti proses EGARCH (p,q) jika

$\varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, \sigma^2)$ dengan

$$\begin{aligned} \ln \sigma_t^2 &= \omega + \sum_{i=1}^q \beta_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \alpha_j \frac{\varepsilon_{t-j}}{\sqrt{\sigma_{t-j}^2}} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \left[\left| \frac{\varepsilon_{t-j}}{\sqrt{\sigma_{t-j}^2}} \right| - E \left[\frac{\varepsilon_{t-j}}{\sqrt{\sigma_{t-j}^2}} \right] \right] \\ &= \ln \sigma_t^2 = \omega + \beta_1 \ln \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \ln \sigma_{t-q}^2 + \alpha_1 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + \dots + \alpha_p \frac{\varepsilon_{t-p}}{\sqrt{\sigma_{t-p}^2}} + \\ &\quad \gamma_1 \left[\left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} \right| - E \left[\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} \right] \right] + \dots + \gamma_p \left[\left| \frac{\varepsilon_{t-p}}{\sqrt{\sigma_{t-p}^2}} \right| - E \left[\frac{\varepsilon_{t-p}}{\sqrt{\sigma_{t-p}^2}} \right] \right] \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

Karena $E\left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}}\right| = 0$ maka persamaan (3.1.6) dapat juga ditulis dalam bentuk

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \beta_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \alpha_j \frac{\varepsilon_{t-j}}{\sqrt{\sigma_{t-j}^2}} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \left| \frac{\varepsilon_{t-j}}{\sqrt{\sigma_{t-j}^2}} \right| \quad (3.1.8)$$

3.2 Identifikasi Model

Identifikasi model volatilitas EGARCH melalui beberapa langkah berikut

1. Menentukan model persamaan rata-rata untuk $\{Z_t\}$ menggunakan model ARMA. Langkah-langkah pemodelan telah dibahas pada bab sebelumnya.
2. Dilakukan pengujian efek ARCH terhadap model persamaan rata-rata yang lolos uji verifikasi pada langkah 1.
3. Membentuk model volatilitas *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (EGARCH)*. Karena belum terdapat kriteria tertentu untuk mengidentifikasi model volatilitas *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (EGARCH)*, pada tugas akhir ini penulis akan memodelkan data dengan model volatilitas EGARCH sederhana
4. Menguji efek asimetris dengan melihat korelasi kuadrat standar residual ε_t^2 dengan lag standar residualnya ε_{t-k} . Jika nilai korelasi secara signifikan sama dengan nol maka proses runtun waktunya merupakan runtun waktu simetris ARCH/GARCH. Jika korelasi bernilai negatif maka merupakan proses runtun waktu asimetris EGARCH.

3.3 Estimasi Parameter

Dalam pembahasan estimasi parameter EGARCH, misalkan kita mempunyai model regresi

$$y = f(X_t, \beta) + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \text{ dan } \varepsilon_t = X_t \sigma_t^2$$

Jika error dari model regresi di atas mengikuti proses EGARCH maka dengan asumsi normalitas dan didefinisikan I_t sebagai himpunan informasi yang diketahui pada waktu t maka distribusi bersyarat dari errornya adalah

$$\varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

Dengan fungsi kepadatan peluang

$$f_{kp} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} e^{-1/2 \frac{(y_t - bx_t)^2}{\sigma_t^2}} \quad (3.3.1)$$

Untuk mengestimasi parameter dari model volatilitas ω , β , α , dan γ pada persamaan (3.1.6) terlebih dahulu akan dicari gradien dari fungsi likelihood pada

$$\varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$f(\varepsilon_t | I_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} e^{-1/2 \frac{(y_t - bx_t)^2}{\sigma_t^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} e^{-1/2 \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2}} \quad (3.3.2)$$

Misalkan L_t menyatakan fungsi likelihood untuk observasi ke- t dan ukuran sampel dinyatakan dengan T maka

$$L_t = \prod f(\varepsilon_t | I_{t-1}) = (2\pi)^{-T/2} (\sigma_t^2)^{-T/2} e^{-\frac{1}{2\sigma_t^2} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2}$$

$$\ell_t = \log L$$

$$= -\frac{T}{2} \log 2\pi - \frac{T}{2} \log \sigma_i^2 - \frac{1}{2} \frac{\sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2}{\sigma_i^2}. \quad (3.3.3)$$

Untuk mengestimasi parameter ω , β , α , dan γ yang tidak diketahui, fungsi likelihood akan dimaksimumkan. Dalam hal ini parameter-parameter yang tidak diketahui dimuat dalam $\hat{\delta}$. Dengan aturan rantai, turunan pertama untuk fungsi tersebut adalah

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ell_i}{\partial \hat{\delta}} &= \frac{\partial \ell_i}{\partial \sigma_i^2} \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial \hat{\delta}} = \left[-\frac{T}{2\sigma_i^2} + \frac{1}{2(\sigma_i^2)^2} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2 \right] \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial \hat{\delta}} \\ &= \frac{1}{2\sigma_i^2} \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial \hat{\delta}} \left[\frac{\sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2}{\sigma_i^2} - T \right]. \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

Turunan keduanya

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ell_i}{\partial \hat{\delta} \partial \hat{\delta}'} &= \frac{\partial}{\partial \hat{\delta}'} \frac{1}{2\sigma_i^2} \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial \hat{\delta}} \left[\frac{\sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2}{\sigma_i^2} - T \right] \\ &= \frac{1}{2\sigma_i^2} \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial \hat{\delta}} \left[-\frac{\sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2}{(\sigma_i^2)^2} \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial \hat{\delta}'} \right] + \left[\frac{\sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2}{\sigma_i^2} - T \right] \frac{\partial}{\partial \hat{\delta}'} \left[\frac{1}{2\sigma_i^2} \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial \hat{\delta}} \right] \\ &= -\frac{1}{2\sigma_i^2} \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial \hat{\delta}} \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial \hat{\delta}'} \left[\frac{\sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2}{(\sigma_i^2)^2} \right] + \left[\frac{\sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2}{\sigma_i^2} - T \right] \frac{\partial}{\partial \hat{\delta}'} \left[\frac{1}{2\sigma_i^2} \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial \hat{\delta}} \right]. \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

Selanjutnya dicari matriks informasi dari $\hat{\delta}$. Matriks informasi adalah matriks yang elemen-elemennya merupakan negatif dari ekspektasi turunan kedua

fungsi likelihoodnya yang berkaitan dengan parameter yang tidak diketahui.

Sehingga matriks informasi yang berkaitan dengan $\hat{\delta}$ adalah

$$\begin{aligned}
 I_{\hat{\delta}\hat{\delta}'} &= -E \left\{ \left[-\frac{1}{2\sigma_t^2} \frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \hat{\delta}} \frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \hat{\delta}'} \left[\frac{\sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2}{\sigma_t^2 \sigma_t^2} \right] + \left[\frac{\sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2}{\sigma_t^2} - T \right] \frac{\partial}{\partial \hat{\delta}'} \left[\frac{1}{2\sigma_t^2} \frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \hat{\delta}} \right] \right\} \\
 &= -\frac{1}{T} \left\{ \sum_{t=1}^T E \left[-\frac{1}{2\sigma_t^2} \frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \hat{\delta}} \frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \hat{\delta}'} \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2 \sigma_t^2} \right] + \left[\frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2} - 1 \right] \frac{\partial}{\partial \hat{\delta}'} \left[\frac{1}{2\sigma_t^2} \frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \hat{\delta}} \right] \right\}
 \end{aligned}$$

Karena $\varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$

$$E(\varepsilon_t^2) = \sigma_t^2$$

Maka
$$E \left\{ \left[\frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2} - 1 \right] \frac{\partial}{\partial \hat{\delta}'} \left[\frac{1}{2\sigma_t^2} \frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \hat{\delta}} \right] \right\} = 0$$

Dengan demikian

$$\begin{aligned}
 I_{\hat{\delta}\hat{\delta}'} &= -\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T E \left[-\frac{1}{2\sigma_t^2} \frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \hat{\delta}} \frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \hat{\delta}'} \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2 \sigma_t^2} \right] \\
 &= \frac{1}{2T} \sum_{t=1}^T \frac{1}{2\sigma_t^2} \frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \hat{\delta}} \frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \hat{\delta}'} E \left[\frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2 \sigma_t^2} \right] \\
 &= \frac{1}{2T} \sum_{t=1}^T \frac{1}{(\sigma_t^2)^2} \frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \hat{\delta}} \frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \hat{\delta}'} \\
 &= \frac{1}{2T} \sum_{t=1}^T \frac{1}{\sigma_t^4} \frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \hat{\delta}} \frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \hat{\delta}'}
 \end{aligned} \tag{3.3.6}$$

Untuk menemukan pendekatan estimasi parameter maka digunakan metode iteratif. Algoritma optimisasi untuk iterasi dimulai dari suatu nilai awal, misalkan δ_0 . Kemudian δ_0 digunakan untuk mencari δ_1 . Proses iteratif estimator $\hat{\delta}$

dilakukan sampai diperoleh jarak yang kecil antara $\hat{\delta}_{t-1}$ dan $\hat{\delta}_t$. Metode iteratif yang digunakan adalah metode *Newton-Raphson*, *Method of Scoring*, dan iterasi *Berndt, Hall, Hall & Hausman (BHHH)*.

3.3.1 Metode Newton-Raphson

Secara umum metode Newton-Raphson melakukan aproksimasi dengan deret Taylor orde kedua untuk fungsi Likelihood di sekitar nilai awal, yaitu δ_0

$$\ell_t = \ell_t|_{\delta_0} + \left. \frac{\partial \ell_t}{\partial \delta'} \right|_{\delta_0} (\delta - \delta_0) + \frac{1}{2} (\delta - \delta_0)' \left. \frac{\partial^2 \ell_t}{\partial \delta \partial \delta'} \right|_{\delta_0} (\delta - \delta_0) \quad (3.3.7)$$

Untuk memperoleh kondisi optimum, fungsi di atas diturunkan terhadap parameter $\hat{\delta}$

$$\frac{\partial \ell_t}{\partial \delta} = 0 + \left[\left. \frac{\partial \ell_t}{\partial \delta'} \right|_{\delta_0} \right] + \left. \frac{\partial^2 \ell_t}{\partial \delta \partial \delta'} \right|_{\delta_0} (\delta - \delta_0) = 0 \quad (3.3.8)$$

Berdasarkan persamaan (3.3.6) dan (3.3.7) secara implisit dapat ditaksir δ_1

$$\Rightarrow \frac{\partial \ell_t}{\partial \delta} = \left[\left. \frac{\partial \ell_t}{\partial \delta'} \right|_{\delta_1} \right] + \left. \frac{\partial^2 \ell_t}{\partial \delta \partial \delta'} \right|_{\delta_1} (\delta_1 - \delta_0) = 0$$

$$\Rightarrow \left[\left. \frac{\partial \ell_t}{\partial \delta'} \right|_{\delta_1} \right] = - \left. \frac{\partial^2 \ell_t}{\partial \delta \partial \delta'} \right|_{\delta_1} (\delta_1 - \delta_0)$$

$$\Rightarrow \left[\left. \frac{\partial \ell_t}{\partial \delta'} \right|_{\delta_1} \right] - \left[\left. \frac{\partial^2 \ell_t}{\partial \delta \partial \delta'} \right|_{\delta_1} \right]^{-1} = (\delta_1 - \delta_0)$$

$$\Rightarrow \delta_1 = \delta_0 + \left[\left. \frac{\partial \ell_t}{\partial \delta'} \right|_{\delta_1} \right] - \left[\left. \frac{\partial^2 \ell_t}{\partial \delta \partial \delta'} \right|_{\delta_1} \right]^{-1}$$

Bentuk umum menjadi

$$\delta_{n+1} = \delta_n + \left[\frac{\partial \ell_t}{\partial \delta} \Big|_{\delta_n} \right] - \left[\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial \delta \partial \delta'} \Big|_{\delta_n} \right]^{-1} \quad (3.3.9)$$

3.3.2 Method of Scoring

Pada *Method of Scoring*, algoritma iterasi menggunakan nilai ekspektasi dari fungsi *Likelihood*. Algoritmanya dinyatakan sebagai berikut

$$\delta_{n+1} = \delta_n + \left[E \left(\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial \delta \partial \delta'} \right) \Big|_{\delta_n} \right]^{-1} \frac{\partial \ell_t}{\partial \delta} \Big|_{\delta_n} \quad (3.3.10)$$

3.3.2 Iterasi Berndt, Hall, Hall & Hausman (BHHH)

Metode ini mengeksploitasi algoritma iterasi dari *Method of Scoring*. Namun pada iterasi BHHH ditambahkan dengan matriks informasi yang sebelumnya sudah dijelaskan. Bagian yang dieksploitasi adalah matriks simetris atau semi definit positif dari skema iterasi.

Bentuk umum dari skema iterasi BHHH dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\delta_{n+1} = \delta_n + \left[- \sum_{t=1}^T \frac{\partial^2 \ell_t}{\partial \delta \partial \delta'} \Big|_{\delta_n} \right]^{-1} \frac{\partial \ell_t}{\partial \delta} \Big|_{\delta_n} \quad (3.3.11)$$

3.4 Verifikasi Model

Seperti halnya verifikasi pada model persamaan rata-rata, pada model volatilitas verifikasi bertujuan untuk memeriksa apakah model yang dibentuk cukup cocok dengan data yang ada. Pengujian yang dapat dilakukan terdapat dua jenis, yaitu berdasarkan keberartian koefisien dan nilai AIC/SIC.

3.4.1 Pengujian Berdasarkan Keberartian Koefisien

Langkah pengujian keberartian koefisien pada model volatilitas tidak berbeda dengan pengujian pada model persamaan rata-rata ARMA.

3.4.2 Pengujian Berdasarkan Perbandingan Nilai AIC dan SIC

Model terbaik dapat dipilih berdasarkan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Schwarz Information Criterion* (SIC). Model terbaik adalah model yang memiliki nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Schwarz Information Criterion* (SIC) paling kecil. AIC dan SIC didefinisikan sebagai berikut (Widarjono, 2005)

$$AIC = \ln \left(\frac{RSS}{n} \right) + \frac{2k}{n} \quad (3.4.1)$$

$$SIC = \ln \left(\frac{RSS}{n} \right) + \frac{k}{n} \ln n \quad (3.4.2)$$

Dengan RSS = Jumlah residual kuadrat (*Residual sum of squares*)

n = Jumlah observasi

k = Jumlah parameter yang di estimasi

BAB IV

CONTOH KASUS

Pada bab ini akan dibahas suatu contoh kasus tentang harga saham HM Sampoerna Tbk. sebagai aplikasi dari teori Model Volatilitas *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*. Saham adalah surat berharga yang merupakan tanda kepemilikan seseorang/badan terhadap suatu perusahaan.

Data yang digunakan adalah data saham harian PT HM Sampoerna Tbk. periode 23 Februari 2006 sampai 19 Juni 2009. Data selengkapnya dapat dilihat pada lampiran 1.

Pada contoh kasus pengolahan data menggunakan Minitab versi 15 dan Eviews 5.1.

4.1 Stasioneritas

Pada contoh kasus, data yang dianalisis bukan data asli melainkan *returnnya* (r_t). Sesuai dengan pembahasan sebelumnya *return* didefinisikan sebagai

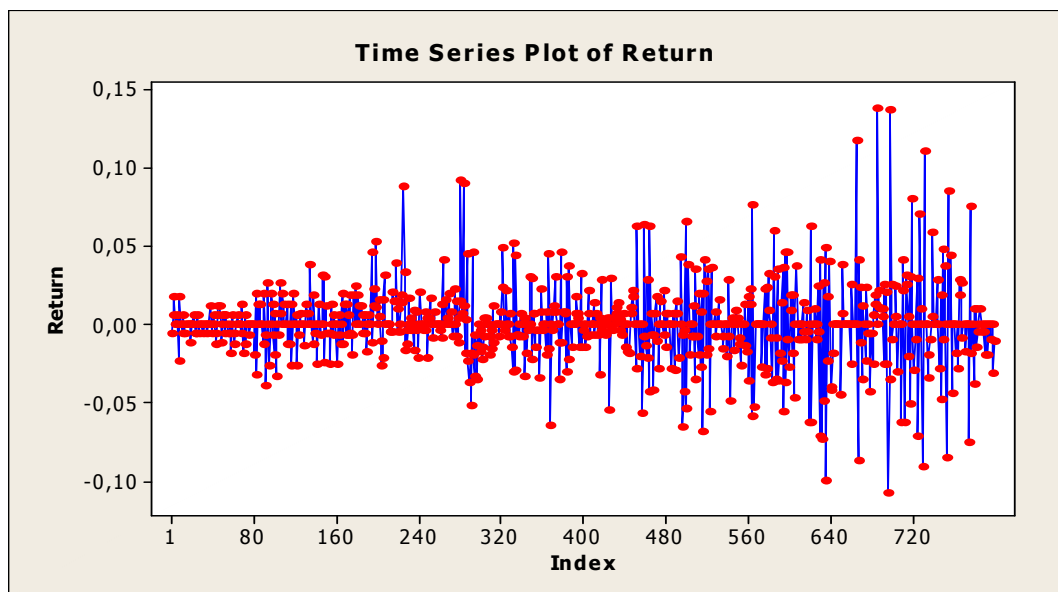
$$r_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)$$

Dengan P_t : harga saham pada waktu t

P_{t-1} : harga saham pada waktu $t-1$

Data *return* selengkapnya dapat dilihat pada lampiran 2.

Stasioneritas dapat diidentifikasi melalui plot *return* saham PT HM Sampoerna Tbk. Seperti pada gambar 1

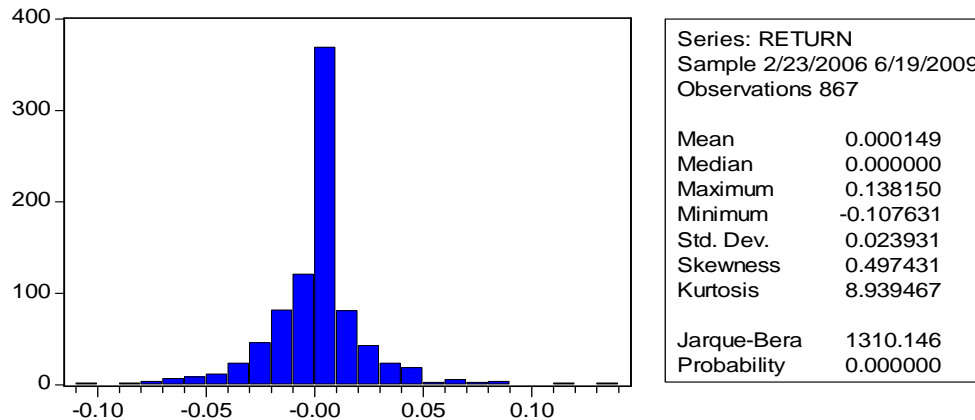


Gambar 1
Plot Return Saham Sampoerna Tbk.

Berdasarkan plot *Return* Saham PT HM Sampoerna Tbk., dapat disimpulkan bahwa data *return* Saham PT HM Sampoerna Tbk. stasioner dengan rata-rata berfluktuasi di sekitar nol.

4.2 Pengujian Karakteristik Return

Karakteristik data *return* yang utama adalah kurtosisnya berupa leptokurtik dan autokorelasi dari *squared return* nilainya kecil dan terus menurun secara perlahan seiring bertambahnya lag waktu. Kurtosis dan statistik deskriptif data return ditunjukkan oleh gambar 2



Gambar 2
Histogram dan Statistika Deskriptif Return Saham PT HM Sampoerna Tbk.

Berdasarkan histogram dan nilai kurtosis $8.93947 > 3$ maka dapat disimpulkan bahwa data return berdistribusi leptokurtik. Selanjutnya autokorelasi dari *squared return* dapat diamati pada tabel 3.

Tabel 3
Autokorelasi *Squared Return*

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.139	0.139	16.861	0.000
		2	0.201	0.185	52.079	0.000
		3	0.026	-0.023	52.687	0.000
		4	0.067	0.031	56.586	0.000
		5	0.049	0.039	58.643	0.000
		6	0.060	0.034	61.784	0.000
		7	0.017	-0.009	62.038	0.000
		8	0.026	0.007	62.650	0.000
		9	0.018	0.012	62.945	0.000
		10	0.106	0.098	72.916	0.000
		11	0.051	0.021	75.238	0.000
		12	0.189	0.151	106.79	0.000
		13	0.022	-0.030	107.22	0.000
		14	0.052	-0.016	109.59	0.000
		15	0.037	0.030	110.77	0.000
		16	0.019	-0.016	111.09	0.000
		17	-0.003	-0.030	111.10	0.000
		18	0.041	0.034	112.57	0.000
		19	0.095	0.099	120.54	0.000
		20	0.011	-0.037	120.64	0.000

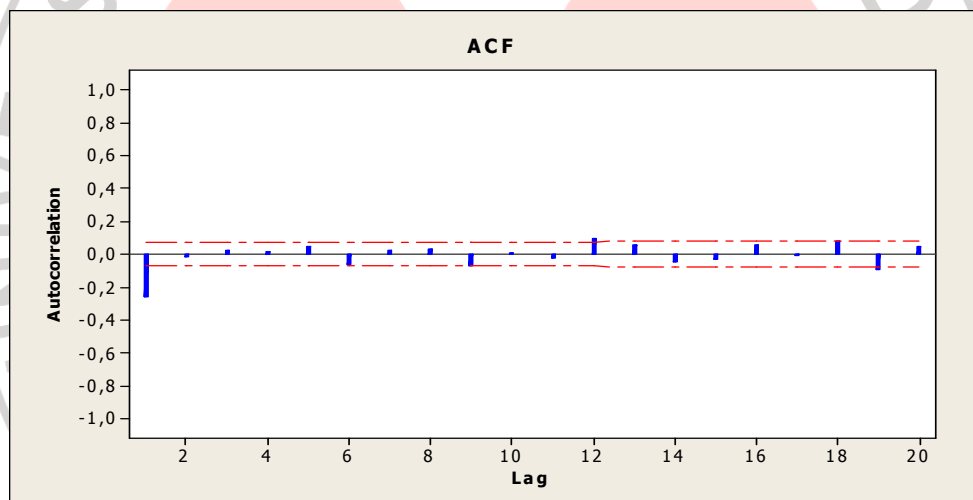
Nilai autokorelasi dari *squared return* kecil dan terus menurun secara perlahan seiring bertambahnya lag waktu. Hal ini sesuai dengan karakteristik *return*

4.3 Pembentukan Model Rata-rata

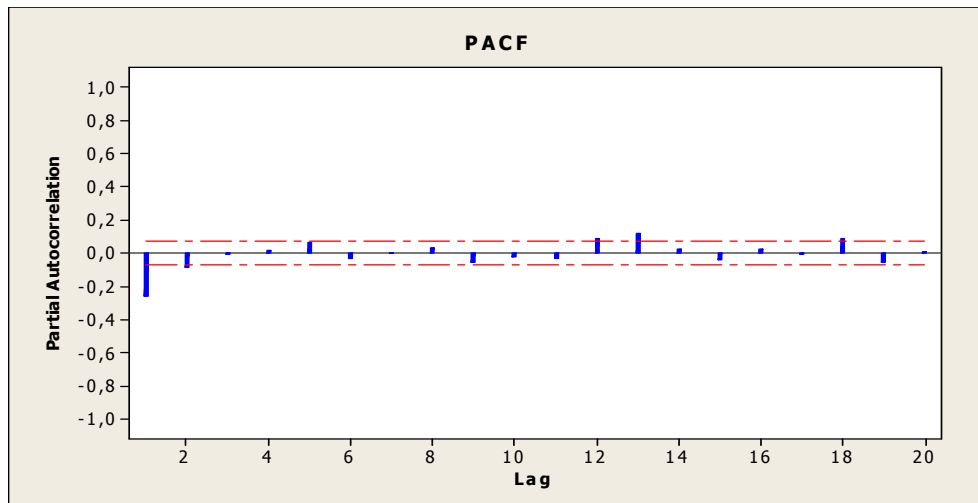
4.3.1 Identifikasi Model

Berdasarkan ciri teoritik proses AR, MA atau ARMA, identifikasi model AR, MA atau ARMA dapat ditentukan melalui fak dan fap data.

Berikut ini disajikan plot fak dan fap data return, seperti pada gambar 3 dan 4.



Gambar 3
Fak Return Saham HM Sampoerna Tbk.



Gambar 4
Fakp Return Saham HM Sampoerna Tbk.

Berdasarkan gambar 3 dan 4, fak terputus setelah lag ke-2, fak turun secara eksponensial, fak terputus setelah lag ke-1, dan fakp turun secara eksponensial. Sehingga model yang mungkin adalah model AR(1), AR(2), MA(1), ARMA(1,1), ARMA(2,1).

4.3.2 Estimasi Parameter

Pada tahap ini, kita akan mengestimasi parameter masing-masing model yang telah diidentifikasi.

a. AR(1)

Berikut ini output Minitab estimasi parameter model AR(1)

Type	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	-0,2567	0,0343	-7,49	0,000
Constant	0,0002087	0,0008468	0,25	0,805
Mean	0,0001660	0,0006738		
Number of observations: 798				
Residuals:	SS = 0,455470 (backforecasts excluded)			
	MS = 0,000572 DF = 796			

Berdasarkan output di atas, model AR (1) mempunyai bentuk $Z_t = \phi Z_{t-1} + a_t$ jika *mean* tidak berbeda secara signifikan dengan nol atau $(Z_t - \bar{Z}) = \phi(Z_{t-1} - \bar{Z}) + a_t$ jika *mean* tidak berbeda secara signifikan dengan nol. Untuk menguji apakah *mean* bebrbeda secara signifikan atau tidak dengan nol maka dilakukan pengujian sebagai berikut:

Hipotesis

H_0 : *Mean* tidak berbeda secara signifikan dengan nol

H_1 : *Mean* tidak berbeda secara signifikan dengan nol

Kriteria Pengujian

H_0 diterima jika $|\bar{Z}| < 2SE(\bar{Z})$

Karena *mean* atau $|\bar{Z}| = 0,00017 < 2SE(\bar{Z}) = 2(0,00067) = 0,00134$ maka H_0 diterima, artinya *mean* tidak berbeda secara signifikan dengan nol. Sehingga model yang digunakan adalah model bentuk pertama, yaitu

$$Z_t = -0,2567Z_{t-1} + a_t$$

b. ARMA(1,1)

Berikut ini output Minitab estimasi parameter model ARMA(1,1)

Type	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	-0,0007	0,1269	-0,01	0,995
MA 1	0,2792	0,1219	2,29	0,022
Constant	0,0001697	0,0006086	0,28	0,780
Mean	0,0001696	0,0006082		
Number of observations: 798				
Residuals: SS = 0,452194 (backforecasts excluded)				
MS = 0,000569 DF = 795				

Model ARMA (1, 1) mempunyai bentuk:

$$Z_t = \phi Z_{t-1} + a_t + \theta a_{t-1} \text{ atau } (Z_t - \bar{Z}) = \phi(Z_{t-1} - \bar{Z}) + a_t + \theta a_{t-1},$$

Dengan pengujian yang sama dengan model sebelumnya, \bar{Z} tidak berbeda secara signifikan dengan nol karena $\bar{Z} = 0.000171 < 2SE(\bar{Z}) = 2(0.00061) = 0.00122$. Sehingga model yang digunakan adalah model bentuk pertama, yaitu

$$Z_t = -0.0007Z_{t-1} + a_t + 0.2792a_{t-1}$$

Dengan langkah estimasi parameter yang sama, diperoleh estimasi parameter model AR(2), yaitu $Z_t = -0.28Z_{t-1} - 0.0903Z_{t-2} + a_t$, model MA(1) $Z_t = 0.2799a_{t-1} + a_t$, dan model ARMA(2,1) $Z_t = -0.2439Z_{t-1} - 0.0811Z_{t-2} + a_t + 0.0364a_{t-1}$. Output Minitab untuk masing-masing model dapat dilihat pada lampiran 3.

4.3.3 Verifikasi Model

Untuk memperoleh model yang terbaik dari yang diusulkan, dilakukan verifikasi model. Verifikasi dilakukan berdasarkan tiga kriteria, yaitu

a. Keberartian koefisien

Hipotesis yang akan diuji adalah

H_0 : koefisien tidak berarti secara signifikan

H_1 : koefisien berarti secara signifikan

Kriteria pengujiannya, dengan taraf signifikansi sebesar α kita dapat menolak

H_0 jika P-value koefisien $< \alpha$ atau kita dapat menerima H_0 jika $|\phi| < 2SE(\phi)$

atau $\theta < 2SE(\theta)$. Berikut ini output Minitab versi 15 untuk model AR(1) dan

ARMA(1,1). Output Minitab versi 15 untuk model AR(2), MA(1), dan

ARMA(2,1) dapat dilihat pada lampiran 3.

Output Minitab uji keberartian koefisien model AR(1)

Type	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	-0,2567	0,0343	-7,49	0,000
Constant	0,0002087	0,0008468	0,25	0,805
Mean	0,0001660	0,0006738		

Number of observations: 798
 Residuals: SS = 0,455470 (backforecasts excluded)
 MS = 0,000572 DF = 796

Output Minitab uji keberartian koefisien model ARMA(1,1)

Type	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	-0,0007	0,1269	-0,01	0,995
MA 1	0,2792	0,1219	2,29	0,022
Constant	0,0001697	0,0006086	0,28	0,780
Mean	0,0001696	0,0006082		

Number of observations: 798
 Residuals: SS = 0,452194 (backforecasts excluded)
 MS = 0,000569 DF = 795

Berdasarkan output Minitab pada estimasi parameter, untuk model AR(1), AR(2), dan MA(1) kita menolak H_0 , artinya koefisien pada model berpengaruh secara signifikan. Sedangkan untuk model ARMA(2,1) dan ARMA(1,1) kita menerima H_0 , artinya koefisien pada model tidak berpengaruh secara signifikan. Dengan demikian model yang lolos uji keberartian koefisien adalah AR(1), AR (2), dan MA(1).

b. Variansi Sesatan

Model-model yang lolos pengujian keberartian koefisien, selanjutnya dibandingkan variansi sesatannya. Model dengan variansi sesatan terkecil adalah model yang terbaik.

Variansi sesatan dapat dihitung menggunakan rumus

$$\sigma^2 = \frac{(SS - MS)}{DF}$$

Dengan SS: Jumlah kuadrat residual

MS: Kuadrat rata-rata residual

DF: Derajat kebebasan

Berikut ini output Minitab versi 15 untuk pengujian berdasarkan variansi sesatan

Output Minitab variansi sesatan model AR(1)

Residuals: SS = 0,455470 (backforecasts excluded)
MS = 0,000572 DF = 796

Output Minitab variansi sesatan model AR(2)

Residuals: SS = 0,451765 (backforecasts excluded)
MS = 0,000568 DF = 795

Output Minitab variansi sesatan model MA (1)

Residuals: SS = 0,452194 (backforecasts excluded)
MS = 0,000568 DF = 796

Dengan Nilai SS, MS, dan DF yang diperoleh dari output Minitab versi 15 dan dengan menggunakan persamaan, diperoleh variansi sesatan untuk masing-masing model yang lolos uji keberartian koefisien, yaitu

- i. Variansi sesatan untuk AR(1), $\sigma^2 = 5.1748 \times 10^{-4}$
- ii. Variansi sesatan untuk AR(2), $\sigma^2 = 5.6754 \times 10^{-4}$
- iii. Variansi sesatan untuk MA(1), $\sigma^2 = 5.6737 \times 10^{-4}$

Berdasarkan nilai variansi tersebut, nilai variansi sesatan model AR(1) adalah terkecil. Sehingga dari ketiga model, model AR(1) adalah model terbaik.

c. Uji Lack of Fit

Pada uji *Lack of Fit*, kita memilih model terbaik berdasarkan nilai *Ljung-Box* atau *P-value* nya dari masing-masing lag.

Hipotesis

H_0 : model sesuai

H_1 : model tidak sesuai

Kriteria Pengujian

tolak H_0 jika $\chi^2_{hit} = R = N \sum_{k=1}^K r_k^2 \hat{a} \geq \chi^2_{tabel} = \chi^2_{K-p-q}$ atau

tolak H_0 jika $P\text{-value} < \alpha$, dengan α menyatakan taraf signifikansi.

Pengujian dilakukan terhadap masing-masing lag pada masing-masing model.

Model yang memiliki lebih banyak lag yang signifikan adalah model terbaik.

Berikut ini disajikan output Minitab versi 15 untuk uji *Lack of Fit*

Output Minitab versi 15 untuk uji *Lack of Fit* AR(1)

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	26,7	46,6	57,8	74,4
DF	10	22	34	46
P-Value		0,003	0,002	0,007 0,000

Output Minitab versi 15 untuk uji *Lack of Fit* AR(2)

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	19,4	38,4	48,4	65,6

Lanjutan output Minitab versi 15 untuk uji *Lack of Fit* AR(2)

DF	9	21	33	45
P-Value	0,022	0,011	0,041	0,024

Output Minitab versi 15 untuk uji *Lack of Fit* MA(1)

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	19,8	38,8	48,6	65,3
DF	10	22	34	46
P-Value	0,032	0,015	0,050	0,032

Berdasarkan output Minitab di atas, kita peroleh bahwa semua lag pada masing-masing model signifikan. Dengan demikian pemilihan model terbaik didasarkan pada variansi sesatan, yaitu AR(1).

4.4 Pengujian Efek ARCH

Sebelum memodelkan variansi residual dengan ARCH/GARCH, kita harus memeriksa terlebih dahulu gejala heteroskedastisitas bersyarat (efek ARCH) dalam residual model. Model yang tidak memiliki gejala heteroskedastisitas bersyarat (efek ARCH) pada residualnya tidak dapat dimodelkan dengan ARCH/GARCH.

Jika kita memiliki model regresi linier dari variansi bersyarat sebagai berikut

$$a_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 a_{t-1}^2 + \dots + \gamma_p a_{t-p}^2 + e_t \quad t = m+1, \dots, T$$

Maka hipotesis pengujian ARCH dapat dirumuskan sebagai berikut

Hipotesis

$$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_p = 0$$

H_1 : minimal satu tanda “=” tidak berlaku

Dalam tugas akhir ini dibahas pengujian efek ARCH dengan dua cara, yaitu

1. Dengan melihat *Correlogram* Residual Kuadrat

Kriteria pengujian: H_0 ditolak jika $\text{Prob.} < \alpha$. Dengan α menyatakan taraf signifikansi.

Berikut *Correlogram* dari Residual Kuadrat

Tabel 4
Correlogram Residual Kuadrat

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.083	0.083	6.0201	
		2	0.216	0.210	46.574	0.000
		3	0.005	-0.028	46.599	0.000
		4	0.059	0.016	49.629	0.000
		5	0.022	0.023	50.043	0.000
		6	0.042	0.025	51.619	0.000
		7	0.017	0.005	51.862	0.000
		8	0.028	0.013	52.569	0.000
		9	-0.001	-0.009	52.570	0.000
		10	0.135	0.133	68.647	0.000
		11	0.032	0.016	69.555	0.000
		12	0.222	0.173	112.84	0.000
		13	0.019	-0.015	113.16	0.000
		14	0.044	-0.045	114.86	0.000
		15	0.023	0.027	115.34	0.000
		16	0.008	-0.014	115.40	0.000
		17	-0.000	-0.019	115.40	0.000
		18	0.029	0.024	116.13	0.000
		19	0.073	0.078	120.87	0.000
		20	0.016	-0.019	121.10	0.000

Dengan $\alpha = 5\%$ kita menolak H_0 karena $\text{Prob.} < \alpha$. Dengan kata lain model *return* saham PT HM Sampoerna Tbk. mengandung efek ARCH.

2. Dengan uji ARCH LM

Selain melihat *Correlogram* Residual Kuadrat, kita dapat melakukan pengujian efek ARCH yang diusulkan Engle, yaitu ARCH LM. Berikut ini output EViews 5.0 untuk uji ARCH LM

Tabel 5
Uji ARCH

F-statistic	4.984180	Probability	0.000000
Obs*R-squared	91.20127	Probability	0.000000

Berdasarkan tabel 3, dengan $\alpha = 5\%$ kita menolak H_0 karena $\text{Prob.} < \alpha$. Artinya, residual model return mengandung efek ARCH.

4.5 Pengujian efek Asimetris

Salah satu kelebihan model *Exponential GARCH* adalah dapat menangkap gejala asimetris. Sebelum melakukan estimasi model, berikut ini akan diuji apakah model memiliki gejala asimetris atau tidak dengan menggunakan cross correlogram antara kuadrat standar residual (e_t^2) dengan *lagged standard residual* (e_{t-k}).

Kriteria pengujiannya, jika terdapat batang yang melebihi batas standar deviasi maka nilai *cross correlation* berbeda secara signifikan dengan nol. Artinya, kondisi *bad news* and *good news* memberi pengaruh asimetris terhadap volatilitas. Berikut ini *cross correlation* dari model *Exponential GARCH* (1,1)

Tabel 6
Cross Correlation (e_t^2) dengan (e_{t-k}) EGARCH (1,1)

RESID02^2,RESID02(-i)	RESID02^2,RESID02(+i)	i	lag	lead
		0	0.2795	0.2795
		1	0.1137	-0.0188
		2	-0.0076	-0.0250
		3	0.0071	0.0102
		4	-0.0884	-0.0030
		5	-0.0176	0.0119
		6	0.0087	-0.0103
		7	0.0082	0.0189
		8	0.0159	0.0377
		9	-0.0498	0.0280
		10	-0.0678	0.0295
		11	-0.0235	0.0389
		12	0.0633	0.0553
		13	0.0250	-0.0092
		14	-0.0583	0.0046
		15	-0.0056	0.0302
		16	0.0146	0.0130
		17	-0.0109	0.0089
		18	0.0347	0.0181
		19	0.0107	-0.0157
		20	-0.0383	0.0076

Karena pada tabel 6 terdapat batang yang melebihi batas standar deviasi atau ditandai dengan adanya tanda bintang maka nilai *cross correlation* berbeda secara signifikan dengan nol. Artinya, kondisi *bad news and good news* memberi pengaruh asimetris terhadap volatilitas. Hal ini terjadi juga pada model EGARCH (1,2), EGARCH (2,1), dan EGARCH(2,2). *Cross correlation* masing-masing model dapat dilihat pada lampiran 4.

4.6 Pembentukan Model Volatilitas EGARCH

Seperti telah dijelaskan sebelumnya bahwa belum terdapat kriteria tertentu untuk mengidentifikasi model volatilitas EGARCH maka dalam tugas akhir ini penulis membentuk model volatilitas paling sederhana, yaitu model volatilitas EGARCH(1,1), EGARCH (1,2), EGARCH (2,1), dan EGARCH (2,2).

4.7 Estimasi Parameter Model Volatilitas EGARCH

Setelah memenuhi asumsi adanya efek ARCH dan efek asimetris, selanjutnya diestimasi parameter dari masing-masing model yang telah diusulkan.

Berikut ini output EViews model EGARCH(1,1)

Tabel 7
Estimasi Parameter EGARCH(1,1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0.000147	0.000432	-0.339719	0.7341
AR(1)	-0.279944	0.030447	-9.194413	0.0000
Variance Equation				
C(3)	-0.170056	0.024275	-7.005315	0.0000
C(4)	0.165801	0.018879	8.782272	0.0000
C(5)	-0.032722	0.014204	-2.303794	0.0212
C(6)	0.992728	0.002473	401.4621	0.0000

Berdasarkan output EViews di atas, model EGARCH(1,1) memiliki bentuk

$$\ln \sigma_t^2 = C(3) + C(4) \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + C(5) \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + C(6) \ln \sigma_{t-1}^2$$

$$\ln \sigma_t^2 = -0.1701 + 0.1658 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| - 0.0327 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + 0.9927 \ln \sigma_{t-1}^2$$

Untuk output EViews model EGARCH (1,2), EGARCH (2,1) dan EGARCH (2,2)

dapat dilihat pada lampiran 5. Berikut ini hasil estimasi masing-masing model

1. EGARCH (1,2)

$$\ln \sigma_t^2 = C(3) + C(4) \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + C(5) \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + C(6) \ln \sigma_{t-1}^2 + C(7) \ln \sigma_{t-2}^2$$

$$\ln \sigma_t^2 = -0.2180 + 0.2133 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| - 0.0280 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + 0.7508 \ln \sigma_{t-1}^2 + 0.2400 \ln \sigma_{t-2}^2$$

2. EGARCH (2,1)

$$\ln \sigma_t^2 = C(3) + C(4) \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + C(5) \left| \frac{\varepsilon_{t-2}}{\sigma_{t-2}} \right| + C(6) \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + C(7) \ln \sigma_{t-1}^2$$

$$\ln \sigma_t^2 = -12.2172 + 0.3589 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + 0.6191 \left| \frac{\varepsilon_{t-2}}{\sigma_{t-2}} \right| + 0.1572 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} - 0.5036 \ln \sigma_{t-1}^2$$

3. EGARCH (2,2)

$$\ln \sigma_t^2 = C(3) + C(4) \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + C(5) \left| \frac{\varepsilon_{t-2}}{\sigma_{t-2}} \right| + C(6) \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + C(7) \ln \sigma_{t-1}^2 + C(8) \ln \sigma_{t-2}^2$$

$$\ln \sigma_t^2 = -0.3686 + 0.2031 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + 0.1317 \left| \frac{\varepsilon_{t-2}}{\sigma_{t-2}} \right| - 0.0011 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} - 0.0059 \ln \sigma_{t-1}^2 + 0.9904 \ln \sigma_{t-2}^2$$

4.8 Verifikasi Model

Verifikasi pada model EGARCH dapat dilakukan dengan menguji keberartian koefisien masing- masing model dan melihat nilai SSC dan AIC.

4.8.1 Uji Keberartian Koefisien

Pada pengujian ini yang menjadi statistik uji adalah nilai probabilitas atau *P-value* dari masing-masing koefisien. Dengan hipotesis yang sama seperti pada pengujian keberartian koefisien pada model ARMA, kita menolak H_0 jika *P-value* $< \alpha$.

1. EGARCH (1,1)

Dengan $\alpha = 5\%$, kita menolak H_0 untuk semua koefisien model EGARCH(1,1).

Artinya, semua koefisien berpengaruh terhadap model.

2. EGARCH (1,2)

Dengan $\alpha = 5\%$, kita menolak H_0 untuk C(3), C(4), dan C(6). Artinya koefisien

C(3), C(4), dan C(6) berpengaruh terhadap model. Sedangkan untuk C(5) dan C(7) H_0 diterima. Artinya, C(5) dan C(7) tidak berpengaruh terhadap model.

3. EGARCH (2,1)

Dengan $\alpha = 5\%$, kita menolak H_0 untuk semua koefisien model EGARCH(1,1).

Artinya, semua koefisien berpengaruh terhadap model.

4. EGARCH (2,2)

Dengan $\alpha = 5\%$, kita menolak H_0 untuk C(3), C(4), C(5), dan C(8). Artinya

koefisien C(3), C(4), C(5), dan C(8) berpengaruh terhadap model. Sedangkan

untuk C(6) dan C(7) H_0 diterima. Artinya, C(6) dan C(7) tidak berpengaruh terhadap model.

Berdasarkan hasil tersebut, model yang lolos uji keberartian koefisien adalah model EGARCH (1,1) dan EGARCH(2,1).

4.8.2 SIC dan AIC

Model yang lolos uji keberartian koefisien, selanjutnya diamati nilai SIC dan AIC nya. Model yang memiliki nilai SIC dan AIC yang lebih kecil adalah model terbaik.

Tabel 8
Perbandingan Nilai SIC dan AIC

Nilai	EGARCH(1,1)	EGARCH(2,1)	Kesimpulan
AIC	-4.9564	-4.8074	Lebih baik model EGARCH(1,1)
SIC	-4.9234	-4.8459	Lebih baik model EGARCH(1,1)

Sumber: Output EViews estimasi parameter

Dapat disimpulkan bahwa model terbaik yang dapat digunakan dalam peramalan adalah model EGARCH(1,1), dengan persamaan rata-rata $Z_t = -0.2799Z_{t-1} + a_t$ dan mengikuti persamaan volatilitas

$$\ln \sigma_t^2 = -0.1701 + 0.1658 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| - 0.0327 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + 0.9927 \ln \sigma_{t-1}^2$$

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

1. Persamaan model volatilitas EGARCH (p,q) secara umum dapat ditulis dalam bentuk

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \beta_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \alpha_j \frac{\varepsilon_{t-j}}{\sqrt{\sigma_{t-j}^2}} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \left| \frac{\varepsilon_{t-j}}{\sqrt{\sigma_{t-j}^2}} \right|$$

2. Dalam menentukan nilai-nilai estimasi parameter model volatilitas EGARCH digunakan *Maximum Likelihood Estimator* yang dilanjutkan dengan metode iteratif. Metode iteratif yang digunakan adalah metode *Newton-Raphson* dan *Method of Scoring*. Metode iteratif tidak dapat dilakukan secara manual melainkan menggunakan software, yaitu dengan menggunakan EViews 5.1
3. Model volatilitas EGARCH untuk data saham HM Sampoerna Tbk. periode 23 Februari 2006 sampai dengan 19 Juni 2009 adalah model volatilitas EGARCH (1,1)

$$\ln \sigma_t^2 = -0.1701 + 0.9927 \ln \sigma_{t-1}^2 - 0.0327 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + 0.1658 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right|$$

Dengan demikian model terbaik yang dapat digunakan dalam peramalan adalah model dengan persamaan rata-rata $Z_t = -0.2799Z_{t-1} + a_t$ dan mengikuti persamaan volatilitas EGARCH (1,1).

5.2 Saran

1. Pembentukan model volatilitas sebaiknya dilanjutkan dengan peramalan sehingga tidak hanya diketahui modelnya saja melainkan dengan nilai ramalan *expected return* atau harga saham pada masa yang akan datang.
2. Model volatilitas *Exponential* GARCH (EGARCH) dapat dibandingkan dengan model Treshold ARCH (TARCH) untuk mengetahui model mana yang lebih baik dalam menangkap ketidaksimetrisan antara *good news and bad news*.



DAFTAR PUSTAKA

- Alexander, Carol. (2008). *Practical Financial Econometrics*. West Sussex: John Wiley & Sons, Ltd.
- Aqrobah, Lutfi. (2007). *Model Runtun Waktu EGARCH*. Skripsi Sarjana pada FMIPA UGM Yogyakarta: tidak diterbitkan.
- Engle, R. *Treshold ARCH Models and Asymmetries in Volatility*. Journal of Applied Econometrics. January/March, 8:1, pp. 31-49. Tersedia: [www-stat.wharton.upenn.edu/~steele/Courses/434/434Context/GARCH/garch101\(ENGL\).pdf](http://www-stat.wharton.upenn.edu/~steele/Courses/434/434Context/GARCH/garch101(ENGL).pdf) [20 Januari 2009]
- Extension of The GARCH Models*. Tersedia: www.hu.berlin.de/tutorials/sfehtmlnode67.pdf [20 Januari 2009]
- Fransisca, Meidi. (2003). *Penerapan ARCH pada Return untuk Forecast Harga Saham*. Skripsi Sarjana pada FMIPA ITB Bandung: tidak diterbitkan.
- Greene, William H. (2003). *Econometrica Analysis*. New Jersey: Pearson Education International.
- Irvine, CA. (2000). *EViews 4.0 Users Guide*. USA: Quantitative Micro Software.
- Kierkegaard, John. (2000). *Estimation of Non Linear Stochastic Process*. Denmark: IMM.
- Onody, Roberto, Favaro, G.M., dan Cazaroto, Erike. *Gaussian and Exponential GARCH*. Tersedia: www.if.sc.usp.br/onody/econofisika.pdf. [20 Januari 2009]
- Pratiwi, Resi. (2000). *Model Volatilitas ARCH dan GARCH*. Skripsi Sarjana pada FMIPA ITB Bandung: tidak diterbitkan.
- Ruppert, David. (2004). *Statistic and Finance: An Introduction*. New York: Springer-Verlag.

Soejoeti, Zanzawi. *Analisis Runtun Waktu*. 1987. Jakarta : Karunia Jakarta Universitas Terbuka.

Tsay, R. (2005). *Analysis of Finansial Time Series*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Wei, William. (2006). *Time Series Analysis*. Philadelphia: Temple Pearson International.

Widarjono, Agus. (2005). *Ekonometrika: Teori dan Aplikasi*. Edisi Pertama. Yogyakarta: EKONISIA.

<http://finance.yahoo.com/q/cp?s=^JKSE7alpha=HMSP.JK> [19 Juni 2009]

