

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Aljabar adalah cabang matematika yang mempelajari struktur, hubungan dan kuantitas. Untuk mempelajari hal-hal tersebut dalam aljabar digunakan simbol (biasanya berupa huruf) untuk merepresentasikan bilangan secara umum sebagai sarana penyederhanaan dan alat bantu memecahkan masalah.

Struktur aljabar adalah suatu himpunan bersama-sama dengan satu atau lebih operasi yang berlaku pada himpunan itu (Wahyudin, 2000: 32). Struktur aljabar adalah topik yang fundamental dalam matematika sehingga menarik untuk dipelajari. Struktur aljabar dengan satu operasi di antaranya grupoida, semigrup, monoida, dan grup. Sedangkan struktur aljabar dengan dua operasi di antaranya adalah ring dan *field*. Selain ring dan *field*, juga terdapat struktur aljabar dengan dua operasi yaitu semiring dan semifield.

Sifat-sifat operasi penjumlahan dan perkalian yang berlaku pada himpunan semua bilangan, baik bilangan asli, bilangan bulat, bilangan rasional, bilangan real, maupun bilangan kompleks merupakan suatu kajian yang sering kita jumpai. Terdapat hal yang menarik dan ingin penulis bahas dalam tugas akhir ini, yaitu sifat-sifat operasi penjumlahan dan perkalian pada semiring dengan pendefinisian operasi yang berbeda. Operasi dasar Aljabar *Max* dengan pendefinisian sebagai berikut:

$$x \oplus y := \max(x, y)$$

$$x \otimes y := x + y$$

untuk setiap  $x, y \in \mathfrak{R} \cup \{-\infty\}$ . Operasi  $\oplus$  dianalogikan dengan operasi penjumlahan, sedangkan operasi  $\otimes$  dianalogikan dengan operasi perkalian. Kita juga dapat mengatakan  $\oplus$  sebagai Aljabar *Max* penjumlahan atau *Max*-penjumlahan, begitu juga dengan  $\otimes$  sebagai Aljabar *Max* perkalian atau *Max*-perkalian. Sehingga menghasilkan struktur aljabar  $\mathfrak{R}_{max} := (\mathfrak{R} \cup \{-\infty\}, \oplus, \otimes)$  atau yang disebut dengan Aljabar *Max-Plus* (Schutter, 1996: 35).

Aljabar *Max-plus* didefinisikan sebagai suatu himpunan  $\mathfrak{R} \cup \{-\infty\}$ , dengan  $\mathfrak{R}$  adalah himpunan semua bilangan real, yang dilengkapi dengan operasi maksimum dan penjumlahan (Rudhito, 2008). Operasi ini membentuk semiring idempoten komutatif, dan lebih lanjut Aljabar *Max-Plus* merupakan semifield.

“Aljabar *Max-Plus* dengan elemen himpunan interval” merupakan perluasan dari Aljabar *Max-Plus* atau disebut dengan Aljabar *Max-Plus* Interval. Dalam hal ini muncul istilah interval sejati dan interval tak sejati. Adanya interval tak sejati ini bertujuan untuk mempermudah dalam pengoperasian interval.

Untuk mengetahui dan memahami lebih jauh mengenai definisi dan sifat-sifat dari “Aljabar *Max-Plus* dengan elemen himpunan interval” serta bagaimana sifat dari gabungan himpunan interval sejati dan himpunan interval tak sejati dalam Aljabar *Max-Plus*, maka diperlukan pembahasan yang lebih khusus.

Dari pemaparan di atas muncul masalah, di antaranya apakah sifat-sifat pada Aljabar *Max-Plus* juga dimiliki oleh “Aljabar *Max-Plus* dengan elemen himpunan interval”. Pembahasan ini didasarkan pada Analisis Idempoten Interval (Litvinov, 2001). Oleh karena itu, penulis tertarik untuk membahas dan lebih memahami mengenai sifat-sifat pada Aljabar *Max-Plus* dan perluasan dari Aljabar

*Max-Plus*. Untuk selanjutnya, tugas akhir ini diberi judul “Aljabar *Max-Plus* dengan Elemen Himpunan Interval”.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang diuraikan di atas, maka penulis merumuskan masalah sebagai berikut:

1. Apakah sifat yang dimiliki Aljabar *Max-Plus* dimiliki juga oleh “Aljabar *Max-Plus* dengan elemen himpunan interval”?
2. Bagaimana sifat dari gabungan himpunan *interval sejati* dan himpunan *interval tak sejati* dalam Aljabar *Max-Plus*?

## 1.3 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini, antara lain:

1. Mengetahui sifat pada “Aljabar *Max-Plus* dengan elemen himpunan interval”.
2. Mengetahui sifat dari gabungan himpunan *interval sejati* dan himpunan *interval tak sejati* dalam Aljabar *Max-Plus*.

## 1.4 Manfaat Penulisan

Manfaat yang diharapkan dengan adanya penulisan tugas akhir ini yaitu di antaranya dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan dan masukan bagi pihak yang berkepentingan, dapat menjadi salah satu lahan untuk menggali ilmu baru secara lebih mendalam, sebagai tambahan bacaan, dan dapat memberikan motivasi serta dorongan untuk melakukan penulisan guna pengembangan dari tugas akhir ini.

### 1.5 Metode Penulisan

Metode yang digunakan pada penulisan tugas akhir ini yaitu dengan studi pustaka karya ilmiah yang berupa jurnal, artikel, tesis, buku-buku teks utama, maupun buku teks penunjang, serta berdiskusi dengan dosen-dosen yang telah banyak memberikan masukan kepada penulis.

