

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### A. Pemecahan Masalah dalam Matematika

Suatu masalah biasanya memuat suatu situasi yang mendorong seseorang untuk menyelesaikannya akan tetapi tidak tahu secara langsung apa yang harus dikerjakan untuk menyelesaikannya. Jika suatu masalah diberikan kepada seorang siswa dan siswa tersebut langsung mengetahui cara menyelesaikannya dengan benar, maka soal tersebut tidak dapat dikatakan sebagai masalah (Suherman dkk., 2003:93).

Sejalan dengan Suherman, Noer (2007:25-25) menyatakan bahwa masalah dalam matematika adalah ketika seseorang dihadapkan pada suatu persoalan matematik, tetapi dia tidak dapat langsung mencari solusinya. Untuk itu dia perlu bernalar, menduga atau memprediksikan, mencari rumusan yang sederhana, baru kemudian membuktikan kebenarannya.

Di antara delapan rekomendasi yang dikeluarkan oleh NCTM (1980) untuk pembelajaran matematika, pemecahan masalah merupakan rekomendasi pada urutan pertama. Hal ini menunjukkan betapa pentingnya kegiatan pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika. Untuk lebih jelasnya perhatikan isi rekomendasi tentang pemecahan masalah tersebut,

*... (1) the mathematics curriculum should be organized around problem solving, (2) the definition and language of problem solving in mathematics should be develop ..., (3) mathematics teachers should create classroom environment in wich problem solving can flourish, (4) appropriate curricular materials to teach problem solving should be develop ... (p. 2-5).*

Apa yang direkomendasikan oleh NCTM tentang pemecahan masalah, mengandung tiga pengertian, yaitu pemecahan masalah sebagai tujuan, proses, dan keterampilan. Sejalan dengan NCTM, Branca (1980) menegaskan bahwa terdapat tiga interpretasi umum mengenai pemecahan masalah, yaitu: (1) pemecahan masalah sebagai tujuan (*goal*) yang menekankan pada aspek yang diajarkan, (2) pemecahan masalah sebagai proses (*process*) diartikan sebagai kegiatan yang aktif, (3) pemecahan masalah sebagai keterampilan (*basic skill*) menyangkut dua hal, yaitu: (a) keterampilan umum yang harus dimiliki oleh siswa untuk keperluan evaluasi dan (b) keterampilan minimum yang diperlukan agar siswa dapat mengaplikasikannya dalam kehidupan sehari-hari. Memperhatikan rekomendasi dari NCTM dan pendapat Branca tentang pemecahan masalah matematika, maka dapat dikatakan bahwa pemecahan masalah tidak hanya berfungsi sebagai pendekatan, akan tetapi juga sebagai tujuan (Lovitt dan Lowe, 1992). Pengertian yang dianut tentang pemecahan masalah dalam penelitian ini, cenderung kepada NCTM (1980) dan pandangan yang pertama dari Branca (1980), yaitu pemecahan masalah sebagai tujuan.

Pentingnya mengajarkan pemecahan masalah pada siswa, dikemukakan oleh Ruseffendi (1998:177), "... di Amerika Serikat dan Inggris, pengajaran matematikanya itu berorientasi kepada atau pendekatannya adalah pemecahan masalah; strategi yang dipergunakan siswa ialah strategi heuristik. ..." Langkah-langkah yang siswa lakukan ialah seperti yang dianjurkan Polya. Pernyataan Ruseffendi tersebut didukung oleh Hudoyo (Noer, 2007:25) yang menyatakan bahwa dengan pemecahan masalah siswa menjadi terampil menyeleksi informasi

yang relevan, kemudian menganalisisnya dan akhirnya meneliti hasilnya. Dengan demikian akan timbul kepuasan intelektual dari dalam, potensial intelektual siswa meningkat, dan siswa belajar tentang bagaimana melakukan penelusuran melalui penemuan.

Berbicara tentang pemecahan masalah tidak bisa dilepaskan dari tokoh utamanya yaitu George Polya. Menurut Polya (Suherman, dkk., 2003:99), dalam pemecahan masalah terdapat empat langkah yang harus dilakukan yaitu: (1) memahami masalah; (2) merencanakan pemecahannya; (3) menyelesaikan masalah sesuai dengan rencana langkah kedua; dan (4) memeriksa kembali hasil yang diperoleh (*looking back*). Sedangkan Ruseffendi (Noer, 2007:27) mengajukan modifikasi dari langkah Polya, yakni: (1) menulis kembali soal dengan kata-kata sendiri; (2) menulis persamaannya; (3) menulis cara-cara menyelesaikannya sebagai strategi pemecahan; (4) mendiskusikan cara-cara penyelesaiannya; (5) mengerjakan; (6) memeriksa kembali hasil; (7) memilih cara penyelesaian.

Osborn (Noer, 2007:27) mengemukakan sepuluh langkah pemecahan masalah secara kreatif, yaitu: (1) memikirkan keseluruhan fase masalah; (2) memilih sub masalah yang dihadapi; (3) memikirkan informasi yang dapat membantu; (4) memilih sumber-sumber data; (5) membayangkan semua gagasan yang mungkin untuk memecahkan masalah; (6) memilih gagasan yang paling mungkin; (7) memikirkan berbagai langkah untuk mengujinya; (9) memikirkan semua kemungkinan konsekuensi; (10) memutuskan jawaban final.

Menurut Sumarmo (Syaban, 2009), aktivitas-aktivitas yang tercakup dalam kegiatan pemecahan masalah meliputi: mengidentifikasi unsur yang diketahui, ditanyakan, serta kecukupan unsur yang diperlukan, merumuskan masalah situasi sehari-hari dan matematik; menerapkan strategi untuk menyelesaikan berbagai masalah (sejenis dan masalah baru) dalam atau luar matematika; menjelaskan/ menginterpretasikan hasil sesuai masalah asal; menyusun model matematika dan menyelesaikannya untuk masalah nyata dan menggunakan matematika secara bermakna.

Pada penelitian ini, penulis memilih untuk menggunakan empat tahapan penting menurut Polya dalam penyelesaian masalah matematik, yaitu:

- (1) memahami masalah;
- (2) merencanakan strategi penyelesaian;
- (3) menerapkan strategi penyelesaian dengan melaksanakan rencana yang telah disusun pada langkah sebelumnya, dan
- (4) memeriksa kembali hasil.

## **B. Pendekatan *Open-Ended***

### **1. Pendekatan *Open-Ended* dalam Pembelajaran Matematika**

Pendekatan *open-ended* merupakan suatu upaya pembaharuan pendidikan matematika yang pertama kali dilakukan oleh para ahli pendidikan matematika Jepang. Pendekatan ini lahir sekitar 20 tahun yang lalu dari hasil penelitian yang dilakukan Shigeru Shimada, Toshio Sawada, Yoshiko Yashimoto, dan Kenichi Shibuya (Nohda dalam Dahlan, 2004).

Dalam pendekatan *open-ended* siswa berperan sebagai pusat dalam proses pembelajaran, sehingga pengetahuan dikonstruksi oleh siswa sendiri. Untuk itu dalam pelaksanaannya pendekatan ini mensyaratkan siswa untuk aktif belajar, baik dalam kelompok besar atau kelompok kecil. Pembelajaran dengan pendekatan *open-ended* menyajikan suatu permasalahan yang memiliki beragam penyelesaian/metode penyelesaiannya (Shimada dan Berenson dalam Noer, 2007: 17).

Menurut Shimada (Dahlan, 2004: 50-51) munculnya pendekatan *open-ended* berawal dari pandangan bagaimana mengevaluasi kemampuan siswa secara objektif dalam berfikir tingkat tinggi matematika. Dalam pengajaran matematika, sederetan pengetahuan, keterampilan, konsep-konsep, prinsip-prinsip atau aturan-aturan diberikan kepada siswa dalam langkah yang berurutan. Hal ini tidak diajarkan secara langsung, karena setiap ilmu yang dipandang penting akan mengisolasi yang lainnya (saling menghilangkan) tetapi seharusnya sederetan tersebut harus secara terintegrasi dengan kemampuan dan sikap setiap siswa. Dengan demikian akan terbentuk suatu keteraturan intelektual dalam pikiran tiap siswa.

## **2. Prinsip Pembelajaran *Open-Ended***

Menurut Nohda (Dahlan, 2004: 53) pembelajaran dengan menggunakan pendekatan *open-ended* mengasumsikan tiga prinsip, yakni sebagai berikut:

- 1. Related to the autonomy of student' activities. It requires that we should appreciate the value of student' activities of fear of being just non-interfering.*

2. *Related to evolutionary and integral nature of mathematical knowledge. Content mathematics is theoretical and systematic. Therefore, the more essential certain knowledge is, the more comprehensively it derives analogical, special and general knowledge. Metaphorically, more essential knowledge opens the door ahead more widely. At the same time, the essential original knowledge can be reflected on many times later in the course of evolution of mathematical knowledge. This reflection on the original knowledge is a driving force to continue to step forward across the door.*
3. *Related to teachers' expedient decision-making in class. In mathematics class, teachers often encounter student's unexpected ideas. In this bout, teachers have an important role to give the ideas full play, and to take into account that other students can also understand real amount of unexpected ideas.*

Pernyataan di atas artinya (1) berhubungan dengan aktivitas siswa, hal ini dimaksudkan untuk menghargai aktifitas siswa dikhawatirkan ada hal-hal yang tidak jelas, (2) berhubungan dengan isi (materi) matematika yang teoritis dan sistematis. Dengan demikian, pengetahuan yang diperoleh harus mendasar dan menyeluruh (komprehensif) yang diturunkan secara logis, (3) berhubungan dengan pengambilan keputusan yang berguna bagi guru di kelas. Dalam kelas matematika, guru sering membalas (*counter*) ide-ide dari siswa yang tidak diharapkan. Dalam kesalahan ini, guru-guru mempunyai peranan yang penting untuk memberikan ide-ide, sehingga siswa dapat memunculkan ide-idenya yang diharapkan.

Selanjutnya Dahlan (2004: 53) mengungkapkan bahwa jenis masalah yang digunakan dalam pembelajaran melalui pendekatan *open-ended* ini adalah masalah yang bukan rutin yang bersifat terbuka. Sedangkan dasar keterbukaannya (*openness*) dapat diklasifikasikan ke dalam tiga tipe, yakni: *process is open, end product are open* dan *ways to develop are open*. Prosesnya terbuka maksudnya adalah tipe soal yang diberikan mempunyai banyak cara penyelesaian yang benar.

Hasil akhir yang terbuka, yaitu ketika siswa telah selesai menyelesaikan masalahnya, mereka dapat mengembangkan masalah baru dengan mengubah kondisi dari masalah yang pertama asli. Dengan demikian pendekatan ini menyelesaikan masalah dan juga memunculkan masalah baru (*from problem to problem*).

### 3. Jenis Masalah *Open-Ended*

Sawada (Becker dan Shimada, 1997:24-28) mengklasifikasikan masalah atau soal yang disajikan, dalam pembelajaran pendekatan *open-ended*, ke dalam tiga jenis, yaitu:

#### a. Menemukan hubungan (*finding relation*)

Masalah yang diberikan kepada siswa, menuntut siswa untuk mencari sendiri aturan-aturan atau hubungan-hubungan dalam matematika, yang mengacu pada permasalahan yang diberikan.

#### b. Mengklasifikasi (*classifying*)

Siswa diminta untuk mengelompokkan atau mengklasifikasi beberapa karakteristik suatu obyek tertentu dengan tepat, hal ini akan membimbing siswa untuk merumuskan atau menemukan beberapa konsep matematika dengan sendirinya.

#### c. Pengukuran (*measuring*)

Siswa diminta untuk menentukan pengukuran numerik dari suatu peristiwa tertentu. Permasalahan seperti ini, melibatkan beberapa aspek berpikir matematis siswa.

#### 4. Mengkontruksi Masalah *Open-Ended*

Sawada (Becker dan Shimada, 1997:28) menyatakan bahwa melalui penelitian yang cukup panjang, para peneliti di Jepang termasuk Sawada, menemukan beberapa hal penting yang bisa dijadikan sebagai pedoman, dalam mengkontruksi atau membuat masalah *open-ended*, yaitu:

- a. Siapkan suatu situasi fisik yang nyata dalam menyajikan permasalahan, yang menyertakan sejumlah faktor yang tidak menetap (variabel), di mana konsep-konsep matematika teramati oleh siswa;
- b. Memodifikasi soal pembuktian yang ada, sedemikian sehingga siswa dapat memahami keterkaitan antarkonsep matematika, yang akan semestinya digunakan oleh siswa, dalam melakukan pembuktian yang lebih kompleks;
- c. Sajikan masalah *open-ended* melalui gambar bangun-bangun (geometri). Kemudian siswa diminta agar menemukan sebuah konsep matematika, dengan membuat sebuah konjektur, berdasarkan gambar;
- d. Sajikan masalah kepada siswa, berupa sederetan angka atau berupa tabel. Kemudian siswa diminta untuk membuat kesimpulan atau menemukan aturan-aturan matematika, melalui sederetan angka atau tabel tersebut;
- e. Sajikan beberapa kejadian nyata dalam beberapa kategori. Pilihlah salah satu kejadian untuk dijadikan contoh, lalu siswa diminta untuk menyebutkan satu persatu kejadian lainnya, yang memiliki karakteristik sama dengan sebuah kejadian yang dicontohkan tersebut, sehingga siswa dapat membuat generalisasi dari kejadian-kejadian yang ada;

- f. Sajikan beberapa latihan atau permasalahan yang memiliki kemiripan satu dengan lainnya. Siswa dituntut untuk menyelesaikan latihan atau permasalahan tersebut; serta meminta siswa untuk menemukan sebanyak-banyaknya kemungkinan sifat-sifat yang sama, dari paling sedikitnya antara dua latihan atau permasalahan yang memiliki kemiripan satu dengan yang lainnya;
- g. Sajikan kepada siswa, beberapa situasi matematika yang tidak sebenarnya (*quasi-mathematical situations*), yang memuat suatu perbedaan tertentu, yang dapat diamati oleh siswa. Kemudian siswa diminta untuk menemukan metode atau cara untuk mengukur perbedaan yang ada; dan
- h. Sajikan sebuah contoh konkret yang memuat struktur aljabar dan data numerik yang mudah dikumpulkan. Kemudian siswa diminta untuk menemukan aturan-aturan matematika, yang menunjukkan kebenaran dari contoh tersebut.

##### **5. Rencana Pembelajaran *Open-Ended***

Setelah masalah *open-ended* dibuat berdasarkan pedoman pengkonstruksian masalah sebagaimana telah dikemukakan sebelumnya, langkah berikutnya perlu diperhatikan adalah bagaimana cara mengembangkan rencana pembelajaran yang baik, dengan menyajikan masalah yang telah dibuat. Namun, sebelum masalah yang telah dibuat disajikan di dalam kelas, menurut Sawada (Becker dan Shimada, 1997: 31) terlebih dahulu harus diperhatikan beberapa pertanyaan penting mengenai masalah yang akan disajikan, sebagai berikut: *is the problem rich in mathematical content and valuable mathematically?; is the*

*mathematical level of the problem appropriate for the students?; dan does the problem include some mathematical features that lead to further mathematical development?*

Selanjutnya, Sawada (Becker dan Shimada, 1997: 32) menyarankan beberapa hal penting dalam mengembangkan dan menyusun rencana pembelajaran *open-ended* dengan baik. Berikut uraian dari hal-hal penting yang dimaksud oleh Sawada.

*a. List the students expected responses to the problem*

Mencatat respon siswa yang diharapkan muncul selama kegiatan belajar-mengajar berlangsung, yakni respon siswa terhadap masalah yang disajikan. Melalui pembelajaran *open-ended*, setiap siswa diharapkan merespon masalah dengan cara yang berbeda-beda. Oleh karena itu, sudah semestinya guru membuat daftar tentang antisipasi atau beberapa kemungkinan respon siswa terhadap masalah. Beberapa alasan mengapa harus membuat daftar tersebut, karena kemampuan siswa untuk mengekspresikan gagasan atau pemikiran siswa, dalam menghadapi masalah mungkin terbatas; kemungkinan yang lain, siswa belum mampu menyatakan atau menjelaskan aktivitas pemecahan masalah mereka, secara lisan. Namun, mereka mampu menjelaskan gagasan matematika yang sama, dengan cara yang berbeda-beda. Setelah respon siswa didaftar, selanjutnya menyusun kembali dan mengelompokkan respon-respon tersebut menurut kriteria tertentu, lalu meringkasnya ke dalam sebuah dalil yang umum berdasarkan kriteria yang telah ditetapkan tersebut. Guru juga harus mengklarifikasi nilai intrinsik matematika dari setiap respon yang ada, guna pengembangan lebih lanjut.

*b. Make the purpose of using the problem clear*

Menetapkan tujuan yang hendak dicapai, dari permasalahan yang diberikan kepada siswa, dengan jelas. Dalam hal ini, guru perlu memahami posisi masalah dalam rencana pembelajaran. Artinya, masalah dapat diperlakukan sebagai suatu topik yang mandiri, sebagai suatu pengenalan konsep baru, atau sebagai suatu ringkasan dari kegiatan belajar siswa.

*c. Devise a method of posing the problem so that the students can easily understand the meaning in the problem or what is expected of them*

Memikirkan metode penyajian masalah yang baik, sedemikian sehingga siswa dengan mudah dapat memahami maksud dari masalah yang disajikan sedemikian rupa, sehingga siswa dengan mudah dapat memahaminya dan menemukan sebuah pendekatan untuk memecahkan masalah tersebut. Suatu saat, siswa akan mengalami kesulitan memecahkan masalah jika guru menjelaskan masalah terlalu ringkas. Hal ini terjadi, disebabkan adanya keinginan guru untuk memberikan kebebasan sebesar-besarnya kepada siswa dalam memilih pendekatan pemecahan masalah, atau disebabkan oleh faktor siswa yang memiliki sedikit atau bahkan tidak memiliki pengalaman belajar selain mengikuti/terpaku pada buku teks yang ada. Untuk menghindari kejadian yang tidak diinginkan tersebut, guru harus teliti, bagaimana masalah semestinya diajukan atau diperkenalkan kepada siswa.

*d. Make the problem as attractive as possible*

Membuat atau menyajikan masalah semenarik mungkin. Masalah yang dibuat harus dikenal baik oleh siswa dan menyertakan beberapa aspek, yang dapat merangsang dan membangun rasa keingintahuan mereka.

*e. Allow enough time to explore the problem fully*

Sediakan waktu yang cukup untuk menyelidiki masalah secara utuh. Kegiatan pembelajaran *open-ended*, mulai dari kegiatan siswa untuk memahami dan memecahkan masalah, mendiskusikan solusi dan pendekatan siswa dalam memecahkan masalah, hingga siswa membuat ringkasan pembelajaran; memerlukan waktu yang cukup lama. Oleh karena itu, guru harus mengalokasikan waktu yang cukup kepada siswa dalam mengeksplorasi masalah, terutama dalam kegiatan diskusi. Menghidupkan diskusi secara aktif antarsiswa dan antara siswa dengan siswa dengan guru, merupakan aspek terpenting dalam pembelajaran *open-ended*.

## **6. Garis Besar Langkah Pembelajaran *Open-Ended***

Berdasarkan uraian tentang pembelajaran *open-ended*, penulis membuat garis besar langkah pembelajaran *open-ended* yang digunakan dalam penelitian ini. Adapun langkah-langkah pembelajarannya adalah sebagai berikut:

a. Pendahuluan

Guru memberikan pendahuluan tentang materi pelajaran yang akan diajarkan (apersepsi).

b. Kegiatan inti

- 1) Guru memberikan soal *open-ended* yang berkaitan dengan materi yang akan diajarkan
- 2) Siswa mengerjakan soal yang diberikan secara individual.
- 3) Siswa berkelompok untuk mendiskusikan solusi dari soal yang telah dikerjakan.
- 4) Solusi dibahas bersama-sama, guru meminta salah seorang siswa dari setiap kelompok untuk menuliskan hasil diskusi kelompoknya.

c. Penutup

- 1) Guru bersama-sama dengan siswa menyimpulkan materi yang telah dipelajari
- 2) Guru menginformasikan materi yang akan dipelajari untuk pertemuan berikutnya

**7. Pendekatan *Open-Ended* untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah**

Dalam pendekatan *open-ended* guru memberikan masalah/soal kepada siswa yang cara atau jawabannya tidak hanya satu. Dengan pendekatan ini siswa diharapkan mampu menemukan hal-hal baru dengan cara mengkombinasikan semua pengetahuan dan kemampuan mereka, dan cara-cara berpikir matematis yang telah mereka pelajari sebelumnya.

Menurut Sawada (Becker dan Shimada, 1997:23) aktivitas kelas dalam *open-ended* disusun untuk membantu siswa mengerjakan soal matematika dengan tepat, menemukan aturan-aturan atau hubungan-hubungan matematika dengan

menggunakan pengetahuan dan kemampuan mereka secara baik, menyelesaikan masalah dan mengecek hasil. Hal tersebut diperoleh setelah siswa melihat penemuan dan metode siswa lain, membandingkan dan memeriksa serta mencoba ide-ide yang berbeda, memodifikasi dan mengembangkan lebih jauh ide-ide mereka sendiri dengan tepat.

Disamping itu, menyelesaikan masalah dan mengecek hasil merupakan bagian langkah-langkah pemecahan masalah yang dikemukakan oleh Polya sehingga implementasi pendekatan *open-ended* dalam pembelajaran matematika diharapkan akan membantu meningkatkan kemampuan pemecahan masalah siswa.

