BAB II

LANDASAN TEORI

A. Beberapa Teori Belajar Matematika

Beberapa tokoh memberikan pandangannya mengenai teori belajar sebagai berikut:

1. Piaget mengemukakan bahwa ada empat tahap perkembangan kognitif dari setiap individu yang berkembang secara kronologis (menurut usia kalender) yaitu:
   a. Tahap Sensori Motor, dari lahir sampai umur sekitar 2 tahun.
      Pada tahap ini pengalaman anak diperoleh melalui perbuatan fisik (gerakan anggota tubuh) dan sensori (koordinasi alat indera).
   b. Tahap Pra Operasi, dari sekitar umur 2 tahun sampai umur 7 tahun.
      Pada tahap ini merupakan tahap persiapan untuk pengorganisasian operasi konkret. Istilah operasi menurut Pieget berupa tindakan-tindakan kognitif, seperti mengklasifikasikan sekelompok objek (classifying), menata letak benda-benda menurut urutan tertentu (seriation), dan membilang (counting).
   c. Tahap Operasi Konkret, dari sekitar umur 7 tahun sampai dengan sekitar umur 11 tahun.
      Pada tahap ini anak-anak pada umumnya sudah berada di Sekolah Dasar, dan telah memahami operasi logis dengan bantuan benda-benda konkret.

d. Tahap Operasi Formal, dari sekitar umur 11 tahun dan seterusnya.

Tahap ini merupakan tahap akhir dari perkembangan kognitif secara kualitas. Anak pada tahap ini sudah mampu melakukan penalaran dengan menggunakan hal-hal yang abstrak.

2. Menurut Bruner dalam teorinya menyatakan bahwa belajar matematika akan lebih berhasil jika proses pengajaran di arahkan kepada konsep-konsep dan struktur-struktur yang terbuat dalam pokok bahasan yang diajarkan, di samping hubungan yang terkait antara konsep-konsep dan struktur-struktur. Burner mengemukakan bahwa dalam proses belajarnya anak melewati 3 tahap, yaitu:

a. Tahap Enaktif

Dalam tahap ini anak secara langsung terlihat dalam memanipulasi (mengotak-atik) objek.

b. Tahap Ikonik

Dalam tahap ini kegiatan yang dilakukan anak berhubungan dengan mental, yang merupakan gambaran dari objek-objek yang dimanipulasinya.

c. Tahap Simbolik

Dalam tahap ini anak memanipulasi simbol-simbol atau lambang-lambang objek tertentu. Siswa pada tahap ini sudah mampu menggunakan notasi tanpa ketergantungan terhadap objek real.

3. Teori Gestalt. Tokoh aliran ini adalah John Dewey. Ia mengemukakan

bahwa pelaksanaan kegiatan belajar mengajar yang diselenggarakan oleh guru harus memperhatikan hal-hal berikut ini:

a. Penyajian konsep harus lebih mengutamakan pengertian.
b. Pelaksanaan kegiatan belajar mengajar harus memperhatikan kesiapan intelektual siswa, dan
c. Mengatur suasana kelas agar siswa siap belajar.

Pandangan tersebut memberikan informasi bahwa guru dalam menggunakan pendekatan dan metode pembelajaran haruslah disesuaikan dengan kesiapan intelektual siswa. Siswa SMP masih ada pada tahap operasi konkret, artinya jika ia akan memahami konsep abstrak matematis harus dibantu dengan menggunakan benda konkret. Oleh karena itu dalam pelaksanaan kegiatan belajar mengajar mulailah dengan menyajikan contoh-contoh konkret yang beraneka ragam, kemudian mengrah pada konsep abstrak tersebut. Dengan cara seperti ini diharapkan kegiatan belajar mengajar dapat berjalan secara bermakna.

B. Strategi-Strategi Belajar

West, Farmer, dan Wolf (dalam Hsiao, 1997:2) menyatakan secara umum, strategi-strategi belajar meliputi strategi-strategi kognitif dan strategi-strategi metakognitif. Mereka mengidentifikasi dan mengkategorikan strategi-strategi kognitif berdasarkan fungsi-fungsi khusus yang dimilikinya selama pemrosesan informasi. Strategi kognitif merupakan keterampilan intelektual khusus yang sangat penting di dalam belajar dan berpikir. Dalam teori belajar modern, strategi kognitif merupakan proses kontrol, yaitu suatu proses internal yang digunakan siswa untuk memilih dan mengubah cara-cara memberikan perhatian belajar, mengingat, dan berpikir. Weinstein dan Mayer (dalam Gagne, 1992:66-67) membagi strategi kognitif ini menjadi lima: strategi-strategi menghafal (*rehearsal strategies*), strategi-strategi elaborasi (*elaboration strategies*), strategi-strategi pengaturan (*organizing strategies*), strategi-strategi pengamatan pemahaman (*comprehension monitoring strategies*) atau biasanya disebut strategi-strategi metakognitif (*metacognitive strategies*), dan strategi-strategi afektif (*affective strategies*).

Menurut Wahl, berpikir metakognitif memastikan bahwa siswa akan mampu menyusun makna informasi. Agar hal ini tercapai, siswa harus mampu berpikir tentang proses berpikir yang dimilikinya, mengidentifikasi strategi-strategi belajar yang baik dan secara sadar mengarahkan bagaimana mereka belajar. O'Malley (dalam Ellis, 1999:2) melihat bahwa siswa tanpa pendekatan metakognitif pada dasarnya adalah siswa tanpa pengarahan dan kemampuan untuk memperhatikan kemajuan, ketercapaian, dan pengarahan pembelajaran di masa depan. Collins (dalam Yin dan Agnes, 2001:1) berhasil mengidentifikasi dua faktor yang mempengaruhi kontrol dan kesadaran selama membaca: pertama, ciri-ciri teks yang sedang dibaca, dan kedua, pengetahuan yang telah dimiliki berkaitan dengan teks itu. Walaupun masih ada perdebatan tentang dapat atau tidak dapat strategi-strategi metakognitif dilaporkan, beberapa ahli telah membuat kesepakatan bahwa strategi-strategi metakognitif tidak hanya dapat dikontrol tetapi dapat juga dilaporkan.

C. Pembelajaran Matematika Realistik

Menurut Suherman (2001:7), pendekatan (approach) pembelajaran matematika adalah cara yang ditempuh guru dalam pelaksanaan pembelajaran agar konsep yang disajikan dapat beradaptasi dengan siswa. Salah satu pendekatan yang berorientasi pada matematisasi pengalaman sehari-hari dan menerapkan matematika dalam pengalaman sehari-hari adalah pendekatan matematika realistik. Pendekatan ini mengacu pada pendapat Freudenthal yang menyatakan bahwa pembelajaran matematika sebaiknya berangkat dari aktivitas manusia karena *Mathematics is a human activity* (Suherman, 2001:128).

Dalam pendekatan matematika realistik dikenal dua jenis matematisasi yang diformulasikan oleh Treffers (dalam Zainurie, 2007:3) yaitu matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal. Contoh matematisasi horizontal adalah: pengidentifikasian, perumusan, pemvisualisasian masalah dalam cara-cara yang berbeda dan pentransformasian masalah dalam dunia real ke dalam masalah matematis. Matematika dalam tingkat ini disebut matematika informal. Adapun contoh matematisasi vertikal adalah: representasi hubungan-hubungan dalam rumus, perbaikan dan penyesuaian model matematis, penggunaan model-model yang berbeda dan penggeneralisasian.

Pembelajaran matematika realistik (RME= *Realistic Mathematics Education*) merupakan sebuah teori pembelajaran matematika yang dikembangkan di Belanda sejak tahun 1970-an dan telah diperluas di sana, juga di negara-negara lain (De Lange, 1996). Teori ini muncul dari rancangan kerja dan penelitian dalam pembelajaran matematika di Belanda, khususnya di Lembaga Freudenthal Universitas Utrecht.

Fruedenthal menganjurkan bahwa matematisasi adalah proses kunci dalam pendidikan matematika berdasarkan dua alasan.

Pertama, matematisasi bukan hanya merupakan suatu aktivitas utama dari para ahli matematika. Matematisasi dapat membuat murid menjadi tidak asing dengan penerapan matematika dalam menghadapi situasi hidup setiap hari (*everday life situation*), misalnya: aktivitas matematika mencari masalah yang perlu diselesaikan, dan ini menyangkut perilaku terhadap matematika, mengetahui kemungkinan serta keterbatasan penggunaan matematika.

Alasan kedua, yaitu matematisasi berkaitan dengan idea penemuan kembali *(reinvention)*. Dalam matematika, formalisasi adalah tahap terakhir. Dan tahap ini jangan dijadikan sebagai tahap awal dalam mengajarkan matematika. Ini berarti bahwa pembelajaran matematika diorganisasikan sebagai suatu proses penemuan kembali secara terbimbing *(a process of guidead reinvention)* di mana siswa dapat mengalami sampai pada suatu tingkat tertentu, di mana proses matematika ditemukan olehnya.

Terdapat lima prinsip RME menurut Treffers (1987) dan Bakker (2004), yang mana kami rangkum sebagai berikut:

a. *Phenomenological exploration or the use of meaningful contexts* (pendekatan explorasi atau penggunaan konteks-konteks yang berarti). Suatu konteks yang berharga dan berarti atau fenomena, konkret atau abstrak, harus dieksplor untuk mendukung para siswa dalam pengembangan gagasan intuitif yang dapat menjadi sebuah dasar untuk membangun kesadaran, khususnya, dalam penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.

b. *Using model and symbol for progressive mathematization* (Penggunaan contoh dan symbol untuk kemajuan kematematikaan). Suatu jenis konteks soal, contoh, skema, diagram, dan symbol dapat mendukung perkembangan kemajuan kematematikaan secara berangsur-angsur dari intuitif, tidak formal, batas-konteks gagasan lebih ke arah konsep matematika formal.

c. *Self-reliance: students' own construction and strategies* (kepercayaan diri: susunan dan strategi-strategi milik para siswa). Hal ini diasumsikan bahwa apakah para siswa melakukan kepercayaan diri dalam proses pembelajaran, khususnya dalam penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, penting untuk mereka. Para siswa diberikan kebebasan untuk muncul dengan konstruksi dan strategi-strategi mereka dalam pemecahan soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Sehingga, hal ini akan merupakan bagian-bagian dasar dari pengajaran.

d. *Interactivity* (inter-aktivitas). Proses pembelajaran, khususnya pada penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, merupakan sebuah pengajaran interaktif di mana pekerjaan individual digabungkan dengan hasil konsultasi para siswa, grup diskusi, diskusi kelas, presentasi strategi dari seseorang, evaluasi dari macam-macam strategi pada tingkatan-tingkatan berbeda serta penjelasan oleh guru. Jadi, para siswa dapat belajar dari setiap group atau dalam diskusi kelas secara keseluruhan.

e. *Interwinement* (keterjalinan). Ini penting untuk memikirkan suatu urutan pembelajaran dan hal itu berhubungan pada wilayah yang lainnya. Mengenai pembelajaran bilangan bulat, topik ini rupanya digabungkan dalam topik-topik matematika yang lain: bilangan asli, bilangan cacah, dsb. Oleh karena itu, muncul suatu pertanyaan: manakah topik matematika yang dapat mendukung para siswa untuk mempelajari tentang operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat?

Sebagai tambahan untuk lima prinsip di atas, terdapat pula heuristic atau prisip-prinsip yang ditawarkan oleh RME untuk merancang situasi belajar-mengajar seperti: *guided reinvention*, dan *didactical phenomenology* (Gravemeijer, 1994).

Prinsip dari *guided invention* menyatakan bahwa para siswa harus mengalami suatu pembelajaran matematika sebagai suatu proses serupa terhadap proses yang mana matematika telah diundang berdasarkan tuntunan guru dan rancangan pengajaran (Gravemeijer, 1994, Bakker, 2004). Mengenai proses belajar-mengajar penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, para siswa di arahkan untuk dapat membangun pemahamannya sendiri dalam memecahkan persoalan yang berkaitan dengan operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.

Prinsip dari *didactical phenomenology* dikembangkan oleh Freudenthal (1983), yaitu mengenai hubungan antara objek dan penomena dari sudut pandang belajar dan mengajar. Faktanya, hal itu mengalamatkan pada pertanyaan bagaimana matematika ‘objek-objek pikiran’ dapat menolong dalam pengorganisiran dan penyusunan fenomena dalam kenyataannya (Drijivers, 2003). Pendeknya, hal itu mengacu pada pencarian keadaan yang menciptakan suatu kebutuhan untuk diatur (Doorman, 2005). Jadi, aktivitas pembelajaran para siswa harus dianjurkan untuk memunculkan strategi-strategi mereka sendiri dan idea-idea dalam eksplorasi matematika dan pemecahan soal berdasakan tuntunan guru; mereka harus belajar matematika berdasarkan penguasaan mereka sendiri dalam proses interaktif belajar-mengajar, di mana pada saat yang sama, proses pembelajaran mereka harus mengarah pada keterangan tujuan pembelajaran.

D. Bilangan Bulat

Himpunan bilangan bulat adalah sebagai berikut:

B = {…,-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, …}.

Dari himpunan bilangan bulat itu, ternyata kita dapat membagi himpunan itu menjadi tiga himpunan bagian yang saling lepas yaitu:

(1) Himpunan semua bilangan bulat negatif B^- = {…, -3, -2, -1}.

(2) Himpunan bilangan nol yaitu {0}, dan

(3) Himpunan bilangan bulat positif B^+ = {+1, +2, +3, …}.

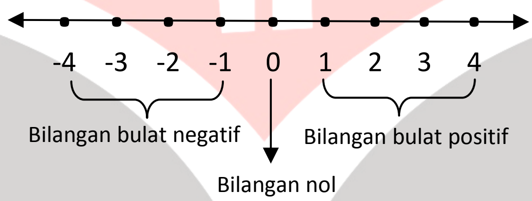
Dari ketiga himpunan bagian itu, maka bilangan-bilangan -1, -2, -3, -4, … dst disebut *bilangan bulat negatif*, sedangkan bilangan-bilangan +1, +2, +3, +4, … dst disebut *bilangan bulat positif*.

Perlu diketahui pula, bahwa tanda-tanda + (positif) pada bilangan bulat positif biasanya tidak ditulis, jadi bilangan bulat positif cukup ditulis dengan 1, 2, 3, 4, … dst. Dengan demikian, himpunan semua bilangan bulat positif B^+ = {+1, +2, +3, +4, …} biasanya dinyatakan sebagai himpunan B^+ = {1, 2, 3, 4, …}. Dan karena himpunan B^+ = {1, 2, 3, 4, …} serupa dengan himpunan semua bilangan asli A = {1, 2, 3, 4, …}, maka himpunan semua bilangan asli seringkali juga disebut himpunan semua bilangna bulat positif.

Dari keterangan di atas, ternyata bilangan 0 bukan bilangan bulat negatif dan juga bukan bilangan bulat positif. Oleh karena itu, maka 0 disebut *bilangan netral*.

Dari hal-hal tersebut di atas, maka {0, 1, 2, 3, 4, …} seringkali disebut *himpunan semua bilangan bulat nonnegatif*, sedangkan {…, -4, -3, -2, -1, 0} disebut *himpunan semua bilangan bulat nonpositif.*

Garis bilangan bulat:



Pada garis bilangan tersebut di atas tampak pada gambar titik yang koordinatnya 1 dan titik yang koordinatnya -1 berjarak *sama* terhadap titik asal 0 yaitu 1 satuan. Kita katakan bahwa titik yang koordinatnya 1 *berlawanan* letaknya terhadap titik asal 0 dengan titik yang koordinatnya -1, tetapi berjarak sama terhadap titik 0. Keterangan itu memberi petunjuk kepada kita untuk membuat pernyataan bahwa “lawan dari 1 adalah -1 atau lawan dari -1 adalah 1.

b. Operasi Hitung pada Bilangan Bulat

1) Penjumlahan dan Sifat-sifatnya

1. Sifat Asosiatif

(a + b) + c = a + (b + c)

Contoh: (5 + 3) + 4 = 5 + (3 + 4) = 12

2. Sifat Komutatif

a + b = b + a

Contoh: 7 + 2 = 2 + 7 = 9

3. Unsur Identitas terhadap penjumlahan

Bilangan Nol (0) disebut unsur identitas atau netral terhadap penjumlahan.

a + 0 = 0 + a

Contoh: 6 + 0 = 0 + 6

4. Unsur invers terhadap penjumlahan

Invers jumlah (lawan) dari a adalah -a.

Invers jumlah (lawan) dari -a adalah a.

a + (-a) = (-a) + a

Contoh: 5 + (-5) = (-5) + 5 = 0

5. Bersifat tertutup

Apabila dua bilangan bulat ditambahkan maka hasilnya adalah bilangan bulat juga.

a dan b ∈ {bilangan bulat}, maka a + b = c; c ∈ {bilangan bulat}.

Contoh: 4 + 5 = 9; 4, 5, 9 ∈ {bilangan bulat}.

2) Pengurangan dan Sifat-sifatnya

1. Untuk sembarang bilangan bulat berlaku:

$a - b = a + (-b)$

$a - (-b) = a + b$

Contoh: $8 - 5 = 8 + (-5) = 3$

$7 - (-4) = 7 + 4 = 11$

2. Sifat Komutatif dan Asosiatif tidak berlaku

$a - b \neq b - a$

$(a - b) - c \neq a - (b - c)$

Contoh: $7 - 3 \neq 3 - 7$ karena $4 \neq -4$

$(9 - 4) - 3 \neq 9 - (4 - 3)$ karena $2 \neq 8$

3. Pengurangan bilangan nol mempunyai sifat:

$a - 0 = a$ dan $0 - a = -a$

4. Bersifat tertutup, yaitu apabila dua bilangan bulat dikurangkan hasilnya adalah bilangan bulat juga.

a dan b ∈ {bilangan bulat}, maka $a - b = c$; c ∈ {bilangan bulat}.

Contoh: $7 - 8 = -1$; 7, 8, -1 ∈ {bilangan bulat}.