

BAB 1V

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

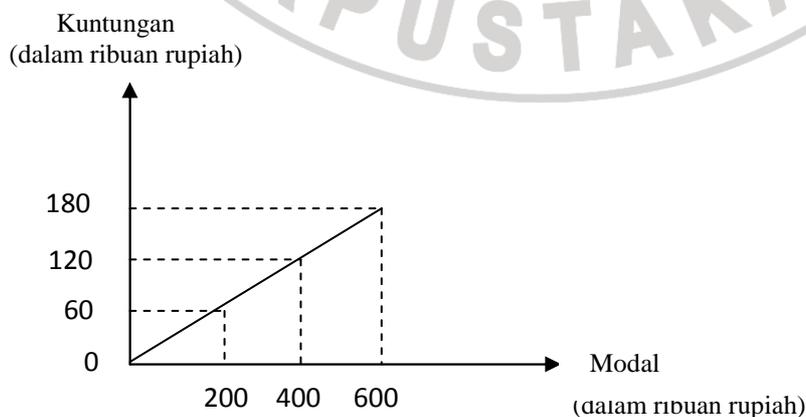
Pada bagian ini peneliti fokus menganalisis data yang telah diperoleh selama penelitian. Analisis difokuskan untuk menjawab kedua pertanyaan penelitian, pertama: *Strategi apa yang digunakan siswa dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pola bilangan ?*, kedua: *Kesulitan-kesulitan apa yang dihadapi dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pola bilangan ?*

A. Jawaban Pertanyaan Penelitian Pertama

Pada bagian ini peneliti fokus pada analisa strategi yang digunakan para siswa untuk memecahkan permasalahan pola bilangan. Dalam hal ini peneliti akan membandingkan perkiraan solusi permasalahan dalam HLT dan strategi nyata yang dilakukan oleh siswa. Dari jawaban-jawaban para siswa, kami melihat setiap permasalahan sebagai berikut;

Permasalahan 1 :

Perhatikan grafik hubungan antara modal dan keuntungan berikut ini.



Jika seorang pedagang mempunyai modal Rp 1.400.000,00, berapakah keuntungan yang diperoleh ?

Proses berpikir yang diharapkan dari siswa adalah pertama siswa melihat pertambahan modal yang tampak pada grafik sebagai barisan bilangan dengan selisih atau beda 200, kemudian memperhatikan pola bilangan yang terbentuk. Yang kedua dengan hal yang sama siswa melihat keuntungan juga sebagai barisan bilangan dengan selisih atau beda 60, kemudian memperhatikan pola yang terbentuk. Dari dua hal tersebut siswa menghubungkan antara pertambahan modal dan bertambahnya keuntungan. sebagai berikut,

Modal	Keuntungan
Ke-1 = 2.(100)	ke-1 = 1.(60)
Ke-2 = 2.(200)	ke-2 = 2.(60)
Ke-3 = 2.(300)	ke-3 = 3.(60)
...	...
Ke-7 = 2.(700)	ke-7 = 7.(60)

Jadi, dengan modal Rp 1.400.000,00 pedagang tersebut akan memperoleh keuntungan Rp 420.000,00

Dari jawaban LKS siswa yang peneliti kumpulkan, enam siswa yang peneliti uji coba semua menjawab benar walaupun dengan cara yang berbeda. Lima anak melihat adanya pola namun penyelesaian akhir mereka menggunakan strategi perbandingan senilai, dan satu anak menyelesaikan dengan cara melanjutkan grafik sampai poin modal yang ditanyakan dengan analogi pertambahan modal dan keuntungan.

Berikut hasil jawaban siswa :

Keuntungan :
Rp. 420.000

$$\frac{60}{x} = \frac{200}{1400}$$
$$= 200x = 840.000$$
$$= \frac{840.000}{200}$$
$$x = 420.000 //$$

* $200 \times 7 = 1.400.000$
 $60 \times 3 = 420.000$

- jadi keuntungan dgn modal Rp 1.400.000 adalah 420.000 rb

$$\frac{1.400.000}{x} = \frac{x}{3}$$
$$x = \frac{1.400.000 \cdot 3}{3} = 420.000$$

Mengapa mereka menggunakan strategi tersebut, dari hasil wawancara, beberapa siswa memberikan gambaran sebagai berikut,

Peneliti : Bagaimana proses berpikir anda dalam menyelesaikan permasalahan 1 ini ?

Siswa A: Saya melihat ada penambahan 200 secara teratur, saya lanjutkan grafiknya. Untuk memastikan saya pakai perbandingan

Siswa B: Saya melihat ada pola, kemudian saya selesaikan dengan perbandingan. tidak saya selesaikan dengan pola karena kebanyakan.

Siswa C : Langsung saya selesaikan dengan perbandingan.

Siswa D: Saya lihat keuntungan 600 adalah 180, lalu saya gunakan perbandingan.

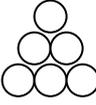
Siswa E : Saya melihat grafiknya, di bawah ada 7 deretan, maka di atas juga ada 7 deretan. Yang di bawah tambah 200 setiap lompatan, yang di atas tambah 60 setiap lompatan ke atas.

Siswa F : dari barisan terakhir terus dibuat perbandingan.

Berdasarkan hasil kerja siswa pada LKS dan penggambaran di atas, untuk permasalahan 1, peneliti melihat bahwa para siswa cenderung menggunakan strategi perbandingan. Hal ini menjadi alasan karena siswa melihat cara ini dipandang lebih praktis dibanding harus menyusun pola. Alasan lain, materi perbandingan dimungkinkan telah lebih dikuasai para siswa. Namun demikian ada siswa yang telah menggunakan kemampuan berpikir analogi, yaitu dengan melihat adanya pola keteraturan antara pertambahan modal dan pertambahan keuntungan dan selanjutnya dia melanjutkan tabel sampai pada poin modal dan keuntungan yang ditanyakan dalam permasalahan. Walaupun tidak diformulasikan seperti solusi yang ada dalam HLT, namun proses berpikirnya sudah sesuai HLT.

Permasalahan 2 :

Perhatikan pola banyaknya bulatan di bawah ini:

				...
Pola ke	1	2	3	4
Banyak bulatan	1	3	6	...

Berapa banyak bulatan pada pola ke-4 ?

Proses berpikir yang diharapkan dari siswa, siswa mengamati pertambahan bulatan tiap pola. Menggunakan kemampuan berpikirnya siswa menemukan pola pertambahan bulatan. Selanjutnya dengan analogi tersebut siswa dapat menentukan banyaknya bulatan pada pola ke-4.

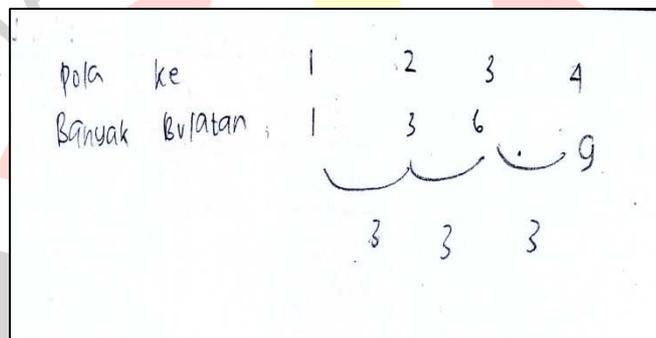
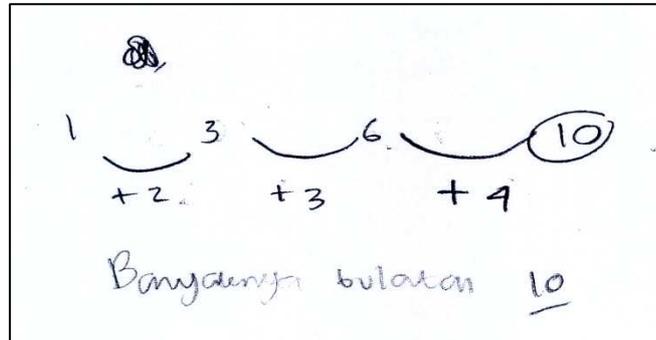
Kemungkinan solusi yang dilakukan siswa :

Berdasarkan pola sebelumnya dapat dicari banyaknya bulatan pada pola ke-4 yaitu:

- $P(4) = 1+2+3+4 = 10$
- Atau mungkin anak melihat dari pertambahan bulatan tiap pola Pola 1 ke 2 tambah 2, pola 2 ke 3 tambah 3, dengan analogi pola 3 ke 4 tambah 4. Jadi banyaknya bulatan pada pola ke-4 adalah 10

Dari data jawaban LKS yang diperoleh peneliti, empat siswa dapat menyelesaikan permasalahan 2 dengan benar dan dua siswa jawabannya tidak tepat.

Berikut hasil jawaban siswa :



Untuk permasalahan 2 tersebut, dari hasil wawancara, para siswa memberikan gambaran sebagai berikut,

Peneliti : Bagaimana proses berpikir anda dalam menyelesaikan permasalahan 2 ini ?

Siswa A : Melihat polanya pak, tambah 2, tambah 3, selanjutnya tambah 4. Pola segitiga.

Siswa B : Saya melihat banyak bulatan dari 1 ke 2 tambah 2, dari 2 ke 3 tambah 3, berarti dari 3 ke 4 tambah 4, maka jawabannya 10.

Siswa C : Kelipatan, saya melihat dari 3, 6 selanjutnya 9.

Siswa D : saya melihat ada pertambahan yang teratur dari pola 1 sampai 3.

Siswa E : langsung saya tebak 9 dari tambah 3

Siswa F : Melihat pola $1+2 = 3$, $3 + 3 = 6$, $6+4 = 10$

Berdasarkan hasil kerja siswa pada LKS dan penggambaran dalam wawancara tersebut, peneliti dapat menemukan strategi yang digunakan para siswa dalam menyelesaikan permasalahan 2 adalah berpikir analogi dan proses berpikirnya sesuai sebagaimana diharapkan dalam HLT yaitu empat siswa mengamati dan menemukan adanya pola yang teratur pada penambahan bulatan dari pola 1 sampai 3, selanjutnya berdasarkan pola yang mereka temukan dari pola ke-1 sampai 3, mereka dapat menentukan banyaknya bulatan pada pola ke-4 . Dua siswa yang menjawab kurang tepat disebabkan kurang cermat melihat angka 1 atau banyaknya bulatan 1 sebagai bagian dari barisan pola tersebut, sehingga mereka melihat barisan pola yang terbentuk di anggap sebagai kelipatan 3.

Permasalahan 3 :

Pada suatu pesta setiap tamu yang datang berjabat tangan dengan setiap tamu yang lain. Bila tamu pertama datang dua orang, tamu kedua datang tiga orang, dan seterusnya. Berapa banyaknya jabatan tangan bila ada 10 orang ? Berapa banyaknya jabat tangan bila ada n orang ?

Solusi alternatif:

Siswa dapat memformulasikan permasalahan tersebut dalam bentuk yang lebih sederhana dengan membuat tabel untuk menemukan pola, sebagai berikut;

Banyak tamu yang datang	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Banyak jabat tangan	1	3	6	10	15

Dengan memperhatikan selisih – selisih pada bilangan di baris kedua dari tabel, dapat disajikan berikut

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & & 3 & & 6 & & 10 & & 15 \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & & & & & \\ 2 & & 3 & & 4 & & 5 & & \end{array}$$

Mengikuti pola ini, siswa dapat menentukan isi dari tabel berikutnya adalah

$$15 + 6 = 21, 21 + 7 = 28,$$

$$28 + 8 = 36, 36 + 9 = 45$$

Jadi persoalan untuk 10 orang tamu akan ada 45 jabat tangan.

Kemungkinan lain siswa dapat menyelesaikan permasalahan 3 tersebut dengan mencatat pola yang terbentuk sebagai berikut:

$$\text{Untuk 2 tamu : } 1$$

$$\text{Untuk 3 tamu : } 3 = 1+2$$

$$\text{Untuk 4 tamu : } 6 = 1 + 2 + 3$$

$$\text{Untuk 5 tamu : } 10 = 1 + 2 + 3 + 4$$

.
.
.

$$\text{Untuk 10 tamu : } 45 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$$

Selanjutnya untuk pertanyaan bila yang datang n orang, dari pola tersebut dapat ditulis menjadi,

$$\text{Untuk n orang : } 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1)$$

Proses berpikir yang diharapkan dari siswa adalah pertama siswa membuat formulasi yang sederhana dari persoalan yang disajikan dalam bentuk tabel atau menyusun peragaan dengan gambar. Berdasar formulasi yang dibuatnya siswa dapat menemukan suatu barisan atau pola bilangan yang terbentuk, kemudian

dengan kemampuan berpikirnya dapat menentukan banyaknya jabat tangan bila ada 10 tamu, dan membuat generalisasi untuk menjawab persoalan bila yang datang n orang.

Pada saat siswa sampai pada permasalahan 3 ini, peneliti melihat mereka semua diam tidak ada aktivitas menulis dan dari raut wajahnya tampak ada kebingungan. Menghadapi situasi seperti ini peneliti bertanya kepada mereka.

Peneliti : Mengapa kalian diam ? Ada kesulitan ?

Ada beberapa siswa yang memberikan respon berikut,

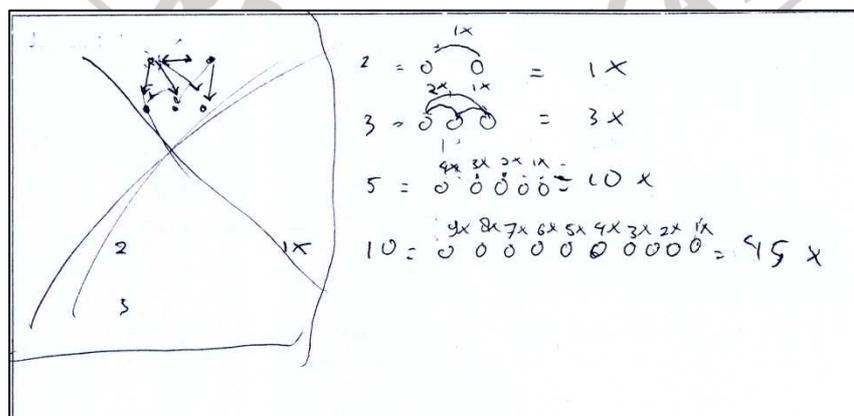
Siswa A : Ya pak, yang dimaksud soal belum jelas ?

Siswa B : Tamu yang datang ketiga apa 4 orang pak ?

Peneliti : Begini maksud soalnya [kemudian peneliti menjelaskan yang dimaksud soal selama beberapa saat dan mencoba memberikan stimuli berpikir kepada siswa]

Setelah memahami apa yang maksud dari permasalahan 3 tersebut, para siswa mulai mengerjakan. Dari lembar kerja siswa yang terkumpul, lima anak menjawab dengan benar dan satu anak salah.

Berikut hasil jawaban siswa ;



$$\begin{aligned}
 2 &= 1 \\
 3 &= 3 \text{ or } 2+1 \\
 4 &= 6 \text{ or } \cancel{1}+3+2+1 \\
 5 &= 10 \text{ or } 4+3+2+1 \\
 6 &= 15 \text{ or } 5+4+3+2+1 \\
 10 &= 9+8+7+6+5+4+3+2+1 = 45 \\
 n &= (n-1) + (n-2) + (n-3) + (n-4) \dots + 1
 \end{aligned}$$

Para siswa memberikan gambaran berpikir dalam hasil wawancara berikut;

Peneliti : *Bagaimana proses berpikir anda dalam menyelesaikan*

Permasalahan3 ini ?

Siswa A : *Saya sempat menemukan pola tambah 1, tambah 3 terus berhenti gara-gara salah tulis 2 tamu 2 jabat tangan. Akhirnya cari cara lain, Terus menghitung dengan gambar, kemudian saya susun.*

Siswa B ; *Saya membuat tabel, melihat pola. Kalau 5 orang berarti jumlah angka sebelumnya. Terus kalau 10 orang saya jumlahkan dari 1 sampai 9.*

Siswa C ; *Saya mencoba pakai gambar, membuat tabel. Saya hitung untuk 10 tamu dari gambar.*

Siswa D : *Pakai contoh gambar pak, terus dihitung jumlah jabat tangan.*

Siswa E : *Mengikuti teman pak*

Siswa F : *Tidak tahu pak.*

Berdasarkan hasil lembar kerja siswa dan penggambaran dalam wawancara tersebut, peneliti menemukan bahwa awalnya mereka menggunakan model informal berupa gambar untuk memformulasikan permasalahan 3.

Selanjutnya dari formulasi yang dibuat, mereka menemukan pola yang terbentuk untuk menentukan banyaknya jabat tangan. Selanjutnya dari pola yang ada mereka menghitung banyaknya jabat tangan bila yang datang 10 tamu. Strategi yang mereka gunakan ini sesuai dengan strategi kedua dalam HLT.

Satu hal yang juga menjadi perhatian peneliti, bahwa stimuli peneliti kepada mereka untuk mencoba mengamati adakah pola atau keteraturan yang muncul dari formulasi yang mereka bentuk, ternyata dapat mendorong aktivitas para siswa untuk menemukan strategi dan menyelesaikan permasalahan 3 ini.

Untuk pertanyaan berapa banyaknya jabat tangan bila yang datang ada n tamu, semua siswa masih mengalami kesulitan. Pertanyaan ini bagi mereka masih abstrak. Mereka mengatakan :”*Apa maksudnya n orang pak ?*” Walaupun peneliti sudah memberikan ilustrasi secara umum mereka masih sulit menerima. Hal ini terjadi karena pertanyaan pertama mereka formulasikan dalam bentuk ilustrasi gambar yang bagi mereka adalah sesuatu yang kongret. Sedangkan pertanyaan kedua yang menanyakan bila ada n orang, mereka kesulitan untuk membuat formulasinya karena n orang sesuatu yang abstrak. Alasan lain dimungkinkan karena taraf berpikir mereka masih kongrit, sedangkan untuk membuat generalisasi n orang tamu yang datang adalah sesuatu yang abstrak bagi mereka.

Permasalahan 4:

Sebuah perusahaan permen memproduksi 2.000 permen pada tahun pertama. Oleh karena permintaan konsumen, setiap tahunnya perusahaan tersebut memutuskan untuk meningkatkan produksi permen sebanyak 5% dari produksi tahun pertama .

Tentukan jumlah permen yang diproduksi pada tahun ke-7 ?

Hasil wawancara dengan siswa memberikan gambaran berpikir sebagai berikut;

Peneliti : Bagaimana proses berpikir anda dalam menyelesaikan permasalahan 4 ini ?

Siswa A : Cari 5% dari tahun pertama. Menghitung tahun ke-2 sampai ke-7 ada 6 kali penambahan

Siswa B : Saya menghitung 5% dari tahun pertama, hasilnya saya tambahkan pada tahun ke-2 seterusnya sampai ke-7.

Siswa C : tambahan 5% dari tahun pertama. Tahun ke-7 berarti 30% tambahannya.

Siswa D : Mencari 5% dari tahun pertama. Tahun ke-7, tambah 100 mulai dari tahun ke-2.

Siswa E : Kita mencari jml 5% dari tahun pertama berapa. Ketemunya 100. Berarti tahun ke-2,3,4,5,6,7 ditambah 100.

Siswa F : Tahun ke-1 dikali 5%. Pertahun ditambah hasilnya tadi.

Dari hasil kerja siswa pada LKS dan penggambaran dalam wawancara tersebut, lima anak menggunakan strategi yang sesuai dengan HLT, yaitu menentukan penambahan produksi dari tahun pertama, yang diperoleh dengan cara $5\% \times 2000$, selanjutnya mereka membuat pola barisan dengan menambahkan 100 untuk tahun ke-2 dan seterusnya sehingga tahun ke-7 produksi permen sebanyak 2600.

Ada satu siswa yaitu siswa C yang menggunakan strategi yang berbeda untuk menentukan produksi tahun ke-7 yaitu sebagai berikut;

$\frac{30}{100} \times 2000 = 600$, selanjutnya produksi tahun pertama ditambah 600. Sehingga produksi tahun ke-7 adalah 2600.

Berikut hasil jawaban siswa C :

$$\begin{array}{l} \text{Th 1} \approx 2.000 \\ \text{Tambahan } 5\% \\ \frac{5}{100} \cdot 2.000 \\ = 100 \\ \text{Th}^2 \approx 2000 + 100 \\ = 2100 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Thn ke 7} = 30\% \\ \frac{30}{100} \cdot 2.000 \\ = 600 \\ \text{Th 7} \approx 2000 + 600 \\ = 2600 \end{array}$$

Sebagaimana gambaran berpikir siswa dalam wawancara dan hasil jawaban LKS tersebut, siswa C melihat ada tambahan yang sama setiap tahunnya yaitu 5% dari tahun pertama. Artinya untuk tahun ke-2 sampai tahun ke-7 berarti ada tambahan 30%. Namun demikian walaupun sekilas berbeda, para siswa telah mampu membuat formulasi permasalahan menjadi suatu pola barisan bilangan.. Lima anak menyusun barisan bilangan dengan dasar hasil persentase tambahan produksi dari tahun pertama dan satu anak menyusun barisan bilangan berdasarkan jumlah persentase tiap tahun.

Berdasarkan hasil analisa dari empat permasalahan tersebut, peneliti menemukan bahwa para siswa telah menggunakan kemampuan penalaran induktif sebagai kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi dalam menyelesaikan permasalahan yang dicobakan dalam penelitian ini. Ini terlihat dari kemampuan mereka menggunakan fakta-fakta dalam setiap permasalahan yang dicobakan, misalnya mengamati gambar, grafik atau memformulasikan permasalahan dalam

ilustrasi model informal (gambar) yang menjadikan permasalahan menjadi lebih mudah dipahami, kemampuan mencari dan mengeksplorasi pola dalam menyelesaikan permasalahan yang dicobakan. Kemampuan-kemampuan ini sesuai dengan teori yang disampaikan oleh Henningsen dan Stein dalam landasan teori mengenai kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi.

Bertalian dengan pertanyaan penelitian pertama, strategi yang digunakan para siswa dalam menyelesaikan permasalahan yang disajikan secara umum adalah menggunakan pola berpikir analogi yang merupakan salah satu aspek kemampuan penalaran induktif. Siswa juga telah menggunakan kemampuan penalaran induktif aspek generalisasi walaupun masih sampai pada tahap *perception of generality*, yaitu bahwa siswa mengenal sebuah pola dan *expression of generality*, yaitu bahwa siswa mampu menguraikan sebuah aturan atau pola, baik secara numerik atau verbal. Hal ini dapat dilihat dari kemampuan siswa yang dapat mengamati pola demi pola (dari suatu pola gambar atau bilangan), menentukan hubungan antara pola-pola gambar atau bilangan tersebut, memperkirakan aturan yang membentuk pola-pola tersebut. Yang mana ini sesuai dengan teori Mason mengenai tahapan generalisasi dan juga sesuai dengan indikator kemampuan penalaran induktif sebagaimana dijelaskan oleh Utari (Suratman, 2005) dalam landasan teori.

Strategi ini digunakan setelah para siswa melakukan aktivitas yaitu membuat model gambar atau sketsa, berusaha mengamati, mencari dan menemukan suatu pola dalam penyelesaian permasalahan dan ini juga sesuai dengan beberapa strategi pemecahan masalah yang dikemukakan oleh Sobel dan

Maletsky diantaranya yaitu menggunakan alat peraga, model, atau sketsa, mencari pola. Pada permasalahan 1, peneliti menemukan bahwa para siswa cenderung menggunakan strategi perbandingan senilai untuk menyelesaikannya. Strategi ini dipandang para siswa lebih praktis untuk menyelesaikan permasalahan 1, walaupun pada dasarnya mereka mengaku mengetahui adanya pola yang ada.

B. Jawaban Pertanyaan Penelitian Kedua

Pada bagian ini analisa bertalian dengan pertanyaan penelitian kedua, yaitu mengenai kesulitan siswa dalam menyelesaikan permasalahan pola bilangan. Setelah peneliti mewawancarai para siswa tentang empat permasalahan yang disajikan, permasalahan 1, 2 dan 4 bagi mereka tidak mengalami kesulitan yang berarti. Hanya pada permasalahan 2 ada dua anak yang menjawab kurang tepat. Setelah ditanya mereka mengatakan kurang teliti dalam perhitungan, yang sebenarnya mereka melihat ada pola keteraturan.

Sehubungan dengan pertanyaan penelitian yang kedua, dari hasil analisis dan penggambaran dari setiap permasalahan tersebut, peneliti menemukan bahwa dari permasalahan yang dicobakan para siswa mengalami kesulitan menyelesaikan permasalahan 3. Kesulitan yang dialami adalah siswa mengalami kesulitan menemukan ide pokok yang diinginkan pada permasalahan. Walaupun masih terdapat respon siswa yang kurang sesuai dengan prediksi peneliti, kesulitan ini ternyata dapat diatasi setelah peneliti memberikan semacam stimuli berpikir (*scaffolding*) kepada siswa yang ternyata mampu mengubah situasi didaktis yang ada sehingga proses berpikir siswa menjadi lebih terarah. Kondisi ini dapat dilihat setelah proses ini siswa mampu memulai aktivitas mentalnya untuk

menyelesaikan permasalahan 3 sesuai dengan proses berpikir yang diprediksi peneliti sebagaimana tertuang dalam HLT.

Kesulitan lain yang dihadapi siswa adalah menjawab pertanyaan ke dua dalam permasalahan 3, yaitu menentukan bayaknya jabat tangan bila yang datang ada n tamu. Kesulitan ini dialami siswa karena bagi mereka n orang adalah sesuatu yang abstrak, sehingga mereka kesulitan dalam membuat formulasinya. Alasan lain dimungkinkan para siswa masih berada pada taraf berpikir kongrit, yang mana hal ini menjadi kendala baginya untuk membuat generalisasi umum yang abstrak. Hal ini menjadi masukan peneliti untuk melakukan revisi permasalahan dan HLT berkaitan dengan permasalahan yang menuntut siswa untuk membuat generalisasi umum pada penelitian yang mendatang.

