

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pada Akhir abad ke-17 Masehi dasar pengintegralan telah dikemukakan oleh Isaac Newton dan Gottfried Wilhelm Leibniz. Melalui Teorema dasar Kalkulus, mereka mendefinisikan integral secara bebas dan menghubungkannya dengan Differensiasi. Pada tahun 1850 definisi integral lebih tajam lagi dikemukakan oleh Bernhard Riemann. Riemann mendefinisikan integral dengan mengaproksimasi luas daerah yang dibatasi oleh suatu kurva dengan cara membagi daerah tersebut menjadi poligon-poligon. Dengan penghampiran pada kasus poligon tersebut yang banyaknya menuju tak hingga, maka luas dari daerah di bawah kurva menyatakan integral yang dicari. Jadi Riemann mendefinisikan integral sebagai limit jumlah dari luas potongan-potongan pada kurva. Cara Riemann mendefinisikan integral dikenal dengan cara konstruktif adapun cara yang digunakan oleh Newton dan Leibniz disebut dengan cara deskriptif. Dalam perkembangannya Integral Riemann juga dapat didefinisikan secara deskriptif.

Pada tahun 1902 Henry Lebesgue mendefinisikan integral secara deskriptif yang dikenal dengan Integral Lebesgue. Integral ini dapat menjelaskan sifat-sifat fungsi yang tidak terintegral Riemann. Sebagaimana diketahui pendefinisian integral yang dilakukan oleh Riemann hanya membahas fungsi-

fungsi yang terbatas, namun demikian tidak semua fungsi yang terbatas terintegralkan oleh Riemann, contohnya fungsi Dirichlet. Dengan pendefinisian Integral Lebesgue dapat ditunjukkan bahwa fungsi Dirichlet terintegralkan dengan nilai nol.

Integral lain yang didefinisikan secara konstruktif adalah Integral Henstock yang dikenalkan oleh Henstock pada tahun 1955 dan Kurzweill pada tahun 1957. Integral ini juga dikenal dengan nama Integral Gauge atau Integral Henstock Kurzweill. Integral Henstock merupakan perluasan dari Integral Riemann (Praja, 2008) yaitu fungsi-fungsi yang terintegral Riemann adalah terintegral Henstock dan ada fungsi yang tidak terintegral Riemann tetapi terintegral Henstock.

Pada tulisan ini akan dibahas integral yang dikenalkan oleh Arnaud Denjoy pada tahun 1912 yang dikenal dengan Integral Denjoy. Integral ini didefinisikan secara deskriptif. Sebagaimana diketahui fungsi Dirichlet adalah fungsi yang tidak terintegral Riemann namun dapat dibuktikan bahwa fungsi tersebut terintegral Denjoy. Pada Praja (2008:35) telah ditunjukkan ada keterkaitan antara Integral Riemann dan Integral Henstock dan telah ditunjukkan bahwa fungsi Dirichlet terintegral Henstock. Dengan demikian ada keterkaitan antara Integral Henstock dan Integral Denjoy.

Pada tugas akhir ini akan dibahas keterkaitan antara Integral Denjoy dan Integral Henstock. Pembahasan utama akan meliputi pendefinisian Integral Denjoy, sifat-sifat dari Integral Denjoy, keterkaitan Integral Riemann dan Integral

Denjoy dan diakhiri dengan keterkaitan Integral Denjoy dengan Integral Henstock.

Sebagaimana pendefinisian deskriptif dari fungsi yang terintegralkan Riemann yaitu: fungsi f terintegralkan Riemann jika terdapat fungsi primitif (anti derivatif F) yang kontinu sehingga $F'(x) = f(x)$, untuk setiap x pada domain nya kecuali di berhingga titik.

Pada pendefinisian Integral Denjoy juga akan diperlukan konsep kekontinuan yang dikenal dengan kontinu mutlak. Pembahasan kekontinuan mutlak diawali dengan konsep variasi fungsi khususnya variasi fungsi terbatas.

1.2 Rumusan dan Batasan Masalah

Denjoy mendefinisikan integral dengan cara deskriptif. Untuk itu sebelum disajikan definisi dari Integral Denjoy ada beberapa hal yang perlu diketahui yang menjadi syarat dari suatu fungsi terintegral Denjoy. Secara ringkas, rumusan masalah yang dibahas pada karya tulis ini adalah:

- a. Syarat apakah yang diperlukan agar suatu fungsi terintegral Denjoy.
- b. Sifat-sifat apakah yang dimiliki oleh Integral Denjoy.
- c. Bagaimana hubungan fungsi yang terintegralkan Denjoy dengan fungsi yang terintegralkan Riemann.
- d. Bagaimana hubungan fungsi yang terintegralkan Denjoy dengan fungsi yang terintegralkan Henstock.

Pada karya tulis ini dibatasi hanya pada fungsi bernilai Real.

1.2 Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan karya tulis ini adalah untuk:

- a. Mengetahui syarat-syarat utama dari suatu fungsi agar terintegral Denjoy.
- b. Mengetahui sifat-sifat Integral Denjoy.
- c. Mengetahui hubungan fungsi yang terintegral Denjoy dengan fungsi yang terintegral Riemann.
- d. Mengetahui hubungan fungsi yang terintegral Denjoy dengan fungsi yang terintegral Henstock.

1.3 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan karya tulis ini, adalah:

1. BAB I (Pendahuluan), merupakan pengantar karya tulis ini. Pada bagian ini dibahas tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan.
2. BAB II (Teori Pendukung), pada bab ini akan dibahas teori-teori pendukung dalam pembahasan Integral Denjoy dan keterkaitan antara Integral Denjoy dengan Integral Henstock. Materi yang dibahas diantaranya himpunan dan fungsi, keterbatasan, barisan dan limit, kekontinuan, fungsi monoton, turunan fungsi, himpunan berukuran nol, Integral Riemann, dan Integral Henstock.

3. BAB III (Variasi Fungsi dan Fungsi Kontinu Mutlak), merupakan langkah awal sebelum mendefinisikan Integral Denjoy. Dalam bab ini akan dibahas definisi dan contoh-contoh dari fungsi $BV, BVG, BV^*, BVG^*, AC, AC^*, ACG,$ dan ACG^* kemudian dilanjutkan dengan beberapa sifat dasar dari fungsi-fungsi tersebut seperti kelinearan, perkalian skalar, dan sifat-sifat yang lain dari masing-masing fungsi tersebut. Namun akan lebih di titik beratkan pada fungsi yang ACG^* yang merupakan salah satu syarat dari Integral Denjoy dan akan banyak digunakan dalam membuktikan sifat-sifat dari Integral Denjoy.
4. BAB IV (Integral Denjoy), pada bab ini akan dibahas mulai dari definisi Integral Denjoy, keterkaitannya dengan Integral Riemann, dan sifat-sifat dasar Integral Denjoy
5. BAB V (Keterkaitan Antara Integral Denjoy dan Integral Henstock), setelah mengetahui keterkaitan Integral Denjoy dengan Integral Riemann, pada bab ini dibahas keterkaitan antara Integral Denjoy dengan Integral Henstock.
6. BAB VI (Kesimpulan dan Saran), menyajikan kesimpulan penulis atas semua isi karya tulis ini, dan saran untuk bahasan selanjutnya yang berkaitan dengan Integral Denjoy dan Integral Henstock.