

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pembahasan Tugas Akhir ini diawali dari konsep ring dan perluasannya, serta konsep *field* dan perluasannya. Pada pembahasan tersebut salah satu fokus utama kajian adalah konsep polinomial ring dan polinomial *field*. Polinomial ring adalah suatu polinomial di mana seluruh koefisiennya merupakan elemen dari suatu ring. Koleksi dari seluruh polinomial atas ring R dinotasikan dengan $R[X]$. Untuk selanjutnya dibahas pula polinomial *field*, yaitu polinomial dengan koefisien-koefisiennya merupakan elemen-elemen dari suatu *field*. Koleksi dari seluruh polinomial atas *field* F dinotasikan dengan $F[X]$.

Dalam konsep polinomial, terdapat istilah *algebraic* atau aljabar. Aljabar adalah suatu $\alpha \in E$, di mana E adalah perluasan dari *field* F sedemikian sehingga terdapat suatu polinomial tak nol $p \in F[X]$ dengan $p(\alpha) = 0$. Konsep ini analog dengan konsep integral. Misalkan S merupakan perluasan dari ring R . Suatu $s \in S$ dikatakan integral atas R jika terdapat suatu polinomial monik tak nol $p \in R[X]$ sedemikian sehingga $p(s) = 0$. Apabila seluruh elemen dari S merupakan integral atas ring R , maka S disebut perluasan integral atas R .

Dalam pembahasan konsep perluasan integral, hal yang menarik untuk dibahas adalah jika dimisalkan S adalah perluasan integral dari ring R , P dan Q masing-masing merupakan ideal prima dari R dan S , maka dapat diketahui suatu keterkaitan antara P dan Q .

Berdasarkan uraian di atas, maka Penulis tertarik untuk mengkaji lebih dalam bagaimana konsep dari perluasan integral. Selain itu, dalam Tugas Akhir ini juga akan ditunjukkan bagaimana keterkaitan antara konsep perluasan integral dengan konsep ideal prima, sehingga dapat ditemukan suatu keterkaitan antara ideal prima pada suatu ring dan perluasannya. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk membuat Tugas Akhir ini dengan judul **“Perluasan Integral dan Penerapannya pada Ideal Prima.”**

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang akan dikaji dalam Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Sifat-sifat apa saja yang terdapat pada perluasan integral yang digunakan dalam konsep ideal prima?
2. Bagaimana kaitan antara ideal prima pada suatu ring R dan pada perluasan ring $S \supseteq R$?
3. Bagaimana struktur dari R -modul untuk menentukan suatu perluasan integral?

1.3 Tujuan Penulisan

Tujuan yang ingin dicapai dari penulisan ini adalah:

1. Menentukan sifat-sifat yang terdapat pada perluasan integral yang digunakan dalam konsep ideal prima.
2. Menelaah kaitan antara ideal prima pada suatu ring R dan pada perluasan ring $S \supseteq R$.
3. Menelaah struktur dari R -modul untuk menentukan suatu perluasan integral.

1.4 Batasan Masalah

Kajian dalam Tugas Akhir ini dibatasi khusus untuk konsep perluasan integral yang berkaitan dengan konsep ideal prima.

1.5 Manfaat Penulisan

Melalui penyusunan Tugas Akhir ini, diharapkan dapat memperkaya dan memperluas pengetahuan Penulis dan para pembaca pada umumnya mengenai perluasan integral dan penerapannya pada ideal prima.

1.6 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan adalah studi kepustakaan (studi literatur). Studi dengan mempelajari teori-teori dari sumber-sumber kepustakaan, seperti buku-buku, catatan, jurnal, dan referensi lainnya yang relevan dengan permasalahan yang sedang dibahas pada Tugas Akhir ini.

1.7 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah pembaca dan memberikan gambaran secara umum tentang masalah yang diangkat dalam tugas akhir ini, maka diberikan sistematika penulisan sebagai berikut.

BAB I merupakan pendahuluan, yang berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, manfaat penulisan, dan metode penelitian.

BAB II berisi teori-teori pendukung yang membahas mengenai perluasan ring dan *field*, polinomial dan sifat-sifatnya, ideal prima, ideal maksimal, sistem perkalian, Lemma Zorn, modul dan grup Galois.

BAB III merupakan pembahasan mengenai perluasan integral dan sifat-sifatnya.

BAB IV berisi penerapan perluasan integral pada ideal prima yang membahas mengenai kaitan antara ideal prima pada suatu ring dan perluasannya.

BAB V merupakan kesimpulan dan saran dari penyusunan Tugas Akhir ini, yaitu yang berkaitan dengan tujuan penulisan dan saran yang dianggap perlu bagi pembaca.

