

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Dalam fungsi variabel kompleks, bilangan kompleks didefinisikan sebagai pasangan terurut dari dua bilangan real  $x$  dan  $y$  yang dinyatakan dengan lambang  $z = (x, y)$ . Karena bilangan kompleks  $z = (x, y)$  merupakan pasangan terurut, maka  $z = (x, y)$  dapat dipandang sebagai suatu vektor di  $\mathbb{R}^2$ . Selanjutnya, dengan menganggap himpunan bilangan kompleks  $\mathbb{C}$  sebagai  $\mathbb{R}^2$  serta memilih 1 dan  $i$  sebagai basisnya, bilangan kompleks  $z = (x, y) \in \mathbb{C}$  dapat dinyatakan sebagai suatu kombinasi linear  $z = x + iy$ .

Selain membahas sistem bilangan kompleks, geometri bilangan kompleks dan akar bilangan kompleks, fungsi variabel kompleks juga membahas tentang fungsi kompleks, fungsi analitik, dan pengintegralan kompleks. Pada dasarnya, terdapat dua buah aspek utama yang dibahas pada konsep fungsi kompleks, yaitu fungsi bernilai tunggal dan fungsi bernilai banyak. Konsep lainnya seperti turunan fungsi kompleks dan fungsi analitik dibahas pada bagian fungsi analitik sedangkan konsep mengenai pengintegralan Cauchy dibahas pada bagian pengintegralan kompleks.

Pada kenyataannya, terdapat himpunan bilangan yang lebih luas dari himpunan  $\mathbb{C}$ . Himpunan tersebut adalah himpunan bilangan quaternion. Dengan

memandang  $\mathbb{C}^2$ , yaitu suatu ruang vektor berdimensi dua atas bilangan kompleks serta memilih 1 dan  $j$  sebagai basisnya, maka vektor  $(a+bi, c+di)$  di  $\mathbb{C}^2$  dapat dituliskan sebagai kombinasi linear  $a+bi+cj+dk$ , di mana  $a+bi+cj+dk$  adalah bentuk umum dari bilangan quaternion.

Berdasarkan hal di atas, penulis termotivasi untuk melakukan suatu kajian tentang quaternion yang selanjutnya dapat ditentukan sifat-sifat yang masih dipertahankan dari bilangan kompleks, konsep-konsep yang merupakan perluasan dari konsep-konsep yang terdapat pada fungsi variabel kompleks serta bentuk kutub dan geometri quaternion. Oleh karena itu, tugas akhir ini diberi judul **“QUATERNION SEBAGAI PERLUASAN DARI BILANGAN KOMPLEKS”**.

## **1.2 Rumusan dan Batasan Masalah**

Berdasarkan latar belakang masalah, yang menjadi masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana perluasan dari bilangan kompleks? Secara khusus, masalah tersebut dapat dibagi menjadi tiga bagian, yaitu:

1. Sifat-sifat apa saja yang masih dipertahankan oleh quaternion dari bilangan kompleks?
2. Konsep-konsep apa saja yang merupakan perluasan dari konsep-konsep yang terdapat pada fungsi variabel kompleks?
3. Bagaimana bentuk kutub dan geometri quaternion?

Supaya permasalahan tidak terlalu melebar, maka permasalahan tersebut dibatasi. Untuk permasalahan mengenai konsep-konsep yang merupakan

perluasan dari konsep-konsep yang terdapat pada fungsi variabel kompleks, dibatasi hanya sampai konsep pengintegralan Cauchy. Untuk permasalahan bentuk kutub quaternion, dibatasi hanya untuk bentuk kutub klasik dari suatu quaternion. Sedangkan untuk permasalahan geometri quaternion, dibatasi hanya untuk geometri perkalian dari dua buah quaternion.

### **1.3 Tujuan Penelitian**

Secara umum, penelitian ini bertujuan untuk memperluas konsep-konsep yang terdapat pada bilangan kompleks.

Secara khusus, penelitian ini bertujuan untuk menentukan sifat-sifat yang masih dipertahankan oleh quaternion dari bilangan kompleks, menentukan konsep-konsep yang merupakan perluasan dari konsep-konsep yang terdapat pada fungsi variabel kompleks serta menentukan bentuk kutub dan geometri quaternion.

### **1.4 Manfaat yang Diharapkan**

Hasil kajian ini tentunya akan memberikan banyak manfaat, baik bagi mahasiswa maupun bagi kalangan lainnya. Bagi mahasiswa, keberadaan penelitian ini merupakan ajang untuk menggali ilmu baru. Sedangkan bagi kalangan lainnya merupakan sumber bacaan untuk meningkatkan kemampuan diri dalam menggali dan mengembangkan ilmu, serta memberikan motivasi untuk melakukan penelitian lebih lanjut di bidang matematika analisis, khususnya mengenai quaternion.

## 1.5 Prosedur Penelitian

Desain dan metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu dengan mempelajari karya ilmiah yang berupa jurnal ilmiah, laporan penelitian, buku-buku teks utama, buku-buku teks penunjang, dan berdiskusi dengan pihak-pihak yang mempunyai kemampuan untuk memberikan penjelasan kepada penulis berkenaan dengan quaternion.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika dalam penulisan tugas akhir ini, yaitu:

1. BAB I (Pendahuluan), merupakan pengantar dari tugas akhir ini. Bab ini membahas tentang latar belakang masalah, rumusan dan batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat yang diharapkan, prosedur penelitian, dan sistematika penulisan.
2. BAB II (Teori Pendukung), menyajikan beberapa materi dasar yang diperlukan dalam pembahasan pokok permasalahan. Bab ini membahas tentang fungsi 1-1, fungsi pada, fungsi bijektif, grup komutatif, *division ring*, *field*, vektor, basis, dimensi, norm, hasil kali dalam, basis ortogonal, basis ortonormal, hasil kali silang, metrik, sistem bilangan kompleks, geometri bilangan kompleks, fungsi kompleks, fungsi analitik, pengintegralan kompleks dan Teorema Divergensi Gauss.
3. BAB III (Quaternion dan Aplikasinya pada Rotasi 3D), merupakan inti pertama dalam tugas akhir ini, yakni berisi pembahasan awal mengenai

pokok permasalahan. Bab ini membahas tentang aljabar quaternion, quaternion sebagai pasangan terurut dari bilangan kompleks, akar kuadrat dari  $-1$ , bentuk kutub quaternion, geometri quaternion dan aplikasi quaternion pada rotasi 3D.

4. BAB IV (Fungsi Regular dan Sifat-sifatnya), merupakan inti kedua dalam tugas akhir ini, yakni berisi pembahasan selanjutnya mengenai pokok permasalahan. Bab ini membahas tentang fungsi regular dan sifat-sifat fungsi regular.
5. BAB V (Kesimpulan dan Saran), menyajikan kesimpulan penulis mengenai keseluruhan isi tugas akhir dan saran bagi peneliti selanjutnya yang akan melakukan penelitian berkaitan dengan quaternion sebagai perluasan dari bilangan kompleks.