BAB III

ASYMMETRIC POWER AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY (APARCH)

3.1 Proses APARCH

Asymmetric Power Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (APARCH) diperkenalkan oleh Ding, Granger dan Engle pada tahun 1993 untuk menutupi kelemahan model ARCH/GARCH dalam menangkap gejolak yang bersifat asimetris (*asymmetric shocks*). Sifat asimetris tersebut artinya menampakkan reaksi berbeda pada peningkatan harga atau penurunan harga, yang disebut *leverage effect*. Ding, Granger dan Engle memperlihatkan bahwa model APARCH ini sangat baik untuk menangkap gejolak asimetris dalam *return* data saham harian S&P500 periode 3 Januari 1928 sampai dengan 30 April 1991, dengan observasi keseluruhan berjumlah 17054 data. Alasan dari pengambilan jangka waktu observasi yang panjang adalah dikarenakan untuk menangkap gejolak asimetris diperlukan jangka waktu yang cukup panjang.

Model APARCH merupakan pengembangan dari model GARCH untuk menangkap gejolak asimetris, dengan menggunakan suatu parameter berpangkat d. Ide pokok dari model APARCH dengan parameter berpangkat d adalah berdasarkan fakta bahwa model data finansial dengan asumsi normalitas parameter d bernilai 1 atau 2 dianggap tidak realistis untuk membuat skewness (kemiringan kurva) dan kurtosis (keruncingan kurva) signifikan, sehingga d haruslah merupakan parameter bernilai bebas.

Jika parameter d , dan γ_i dari model APARCH dibatasi, maka model APARCH memiliki beberapa kasus khusus yang akan membentuk model GARCH, baik model asimetris maupun simetris (Laurent, 2003), yaitu :

1) ARCH oleh Engle (1982) ketika $d = 2$, $\beta_j = 0$ dan $\gamma_i = 0$, $i = 1,2, \dots, p$ dan $j = 1,2, \dots, p$.
2) GARCH oleh Bollerslev (1986) ketika $d = 2$ dan $\gamma_i = 0$, $i = 1,2, \dots, p$.
3) Taylor/Scwert GARCH oleh Taylor (1986) dan Swert (1990) ketika $d = 1$ dan $\gamma_i = 0$, $i = 1,2, \dots, p$.
4) GJR-ARCH oleh Glosten Jagannathan Runkle (1993) ketika $d = 2$.
5) *Tresshold* ARCH (TARCH) oleh Zakoian ketika $d = 1$.
6) NARCH oleh Higgins dan Bera ketika $\beta_j = 0$ dan $\gamma_i = 0$, $i = 1,2, \dots, p$ dan $j = 1,2, \dots, p$.
7) Log-ARCH oleh Geweke dan Pentula (1986) ketika $d \to 0$.

3.1.1 Proses APARCH(p,q)

Bentuk umum dari model APARCH(p,q) adalah

$$\sigma_t^d = \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^d + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^d \quad (3.1.1)$$

dengan

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t, \qquad \varepsilon_t | I_{t-1} \sim iidN(0, \sigma_t) \quad (3.1.2)$$

$$y_t = x_t' \mu + \varepsilon_t \quad (3.1.3)$$

$\omega > 0$, $\alpha_i > 0$, $\beta_j >$, $d > 0$, dan $-1 < \gamma_i < 1$

$i = 1,2, \dots, p$ dan $j = 1,2, \dots, q$

dimana x_t' adalah vektor dari variabel bebas yang lemah berukuran n_t. Parameter $\mu, \omega, \alpha_i, \beta_j, d$, dan γ_i merupakan parameter-parameter yang di estimasi, d diestimasi menggunakan aturan transformasi Box Cox dalam kondisi standar deviasi σ_t dan γ_i merupakan *leverage effect.* Jika *leverage effect* bernilai positif, artinya *negative shock* memiliki pengaruh yang kuat dibandingkan *positive shock*, begitu juga sebaliknya (Black, 1976). Dengan ε_t adalah gejolak (*shock*), z_t adalah suatu data runtun waktu dan I_t merupakan himpunan informasi yang diketahui pada waktu t.

3.1.2 Proses APARCH(1,1)

Misalkan Z_t adalah suatu runtun waktu dengan data observasi $z_1, z_2, \dots, z_t$. I_t merupakan himpunan informasi yang diketahui pada waktu t. Proses z_t dikatakan mengikuti proses APARCH orde (1,1) jika dipenuhi

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t, \qquad \varepsilon_t | I_{t-1} \sim iid\ N(0, \sigma_t)$$

$$\sigma_t^d = \omega + \alpha_1(|\varepsilon_{t-1}| - \gamma_1 \varepsilon_{t-1})^d + \beta_1 \sigma_{t-1}^d \tag{3.1.4}$$

$$\omega > 0,\ \alpha_1 > 0,\ \beta_1 > 0,\ d > 0,\ \text{dan} -1 < \gamma_1 < 1$$

3.2 Estimasi Parameter

Parameter $\mu, \omega, \alpha_i, \beta_j, d,$ dan γ_i, diestimasi dengan menggunakan metode maksimum likelihood**.** Sehingga harus mengasumsikan memilih fungsi kepadatan peluang (fkp)**.** Misalkan fkp dinotasikan $f(\varepsilon_t | I_{t-1})$ dan $\eta = (\mu, \omega, \alpha_i, \beta_j, \gamma_i, d)'$ adalah vektor dari parameter yang tidak diketahui. Hal ini dimaksudkan untuk memaksimumkan fungsi log likelihood $\ell_N(\eta)$ untuk N observasi (pengamatan) dan $z_t = \frac{y_t - x_t'\mu}{\sigma_t}$.

Dengan mengasumsikan z_t berdistribusi normal, kemudian metode maksimum likelihood dapat secara konsisten mengestimasi parameter umum. Dalam kasus ini fungsi log likelihoodnya adalah

$$\ell_N(\eta) = -\frac{1}{2}\left(N \ln 2\pi + \sum_{t=1}^{N} \ln \sigma_t^2 + \sum_{t=1}^{N}\left(\frac{y - x_{,t}'\mu}{\sigma_t}\right)^2\right) \tag{3.2.1}$$

dengan $\varepsilon_t = y - x_t'\mu$, menjadi

$$\ell_N(\eta) = -\frac{1}{2}\left(N \ln 2\pi + \sum_{t=1}^{N} \ln \sigma_t^2 + \sum_{t=1}^{N}\left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t}\right)^2\right) \tag{3.2.2}$$

kemudian, turunkan fungsi log likelihood terhadap η

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ell_N(\eta)}{\partial \eta} &= -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \eta}\left(N \ln 2\pi + \sum_{t=1}^{N} \ln \sigma_t^2 + \sum_{t=1}^{N}\left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t}\right)^2\right) \\
&= -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_t^2}.\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \eta} + \left(\frac{2\varepsilon_t.\frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \eta}.\sigma_t^2 - \varepsilon_t^2.\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \eta}}{\sigma_t^4}\right)\right) \\
&= -\frac{1}{2\sigma_t^2}.\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \eta} - \frac{\varepsilon_t}{\sigma_t^2}.\frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \eta} + \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^4}.\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \eta} \\
&= -\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t^2}\frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \eta} - \frac{1}{2}\frac{1}{\sigma_t^4}(\sigma_t^2 - \varepsilon_t^2)\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \eta}
\end{aligned} \tag{3.2.3}$$

Penurunan log likelihood terhadap η berturut-turut adalah perhitungan dari $\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \eta}$, dimana spesifikasi model APARCH adalah dalam kondisi variansi σ_t^d. Salah satu penyelesaiannya adalah dengan cara mengganti σ_t^2 dengan $\left(\sigma_t^d\right)^{\frac{2}{d}}$, dengan berpengang pada

$$\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial(\mu,\omega,\alpha_i,\beta_j,\gamma_i,d)} = \frac{2\sigma_t^2}{d\sigma_t^d}.\frac{\partial \sigma_t^d}{\partial(\mu,\omega,\alpha_i,\beta_j,\gamma_i,d)} \tag{3.2.4}$$

Penyelesaian akhir yang diinginkan adalah memperoleh $\frac{\partial \sigma_t^d}{\partial \eta}$. Untuk memperoleh $\frac{\partial \sigma_t^d}{\partial \eta}$, ada beberapa tahapan yang harus dilakukan, yaitu

1) Tahap pertama, persamaan (3.1.1) diturunkan terhadap μ

$$\frac{\partial \sigma_t^d}{\partial \mu} = \frac{\partial}{\partial \mu}\left(\omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^d + \sum_{j=1}^{q} \beta_j\, \sigma_{t-j}^d\right)$$

$$= \left[d \sum_{i=1}^{p} \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^{d-1} . (p_{t-i} + \gamma_i) x_t'\right] + \left[d \sum_{j=1}^{q} \beta_j\, \sigma_{t-j}^{d-1} . -\frac{x_t'}{z_t}\right]$$

$$= \left[d \sum_{i=1}^{p} \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^{d-1} . (p_{t-i} + \gamma_i) x_t'\right] - \left[d \sum_{j=1}^{q} \beta_j\, \sigma_{t-j}^{d-1} . \frac{x_t'}{z_t}\right] \quad (3.2.5)$$

dimana

$$p_{t-i} = \begin{cases} -1\,, & \varepsilon_t > 0 \\ 1, & \varepsilon_t < 0 \end{cases}$$

notasikan bahwa $p_t = \frac{\partial |\varepsilon_t|}{\partial \mu}$ dan tidak didefinisikan untuk $\varepsilon_t = 0$.

2) Tahap kedua, persamaan (3.1.1) diturunkan terhadap ω

$$\frac{\partial \sigma_t^d}{\partial \omega} = \frac{\partial}{\partial \omega}\left(\omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^d + \sum_{j=1}^{q} \beta_j\, \sigma_{t-j}^d\right) = 1 \quad (3.2.6)$$

3) Tahap ketiga, persamaan (3.1.1) diturunkan terhadap α_i

$$\frac{\partial \sigma_t^d}{\partial \alpha_i} = \frac{\partial}{\partial \alpha_i}\left(\omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^d + \sum_{j=1}^{q} \beta_j\, \sigma_{t-j}^d\right)$$

$$= (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^d + \alpha_i . \frac{\partial (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^d}{\partial \alpha_i} + \beta_i . \frac{\partial \sigma_{t-i}^d}{\partial \alpha_i}$$

$$= [(|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^d] + [\alpha_i . (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^{d-1} . (p_{t-i} + \gamma_i) x_{t-i}'] + \left[\beta_i . \frac{\partial \sigma_{t-i}^d}{\partial \alpha_i}\right]$$

(3.2.7)

dimana

$$p_{t-i} = \begin{cases} -1\,, & \varepsilon_t > 0 \\ 1, & \varepsilon_t < 0 \end{cases}$$

4) Tahap keempat, persamaan (3.1.1) diturunkan terhadap β_j

$$\frac{\partial\sigma_t^d}{\partial\beta_j} = \frac{\partial}{\partial\beta_j}\left(\omega + \sum_{i=1}^{p}\alpha_i(|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i\varepsilon_{t-i})^d + \sum_{j=1}^{q}\beta_j\,\sigma_{t-j}^d\right)$$

$$= \alpha_j.\frac{\partial(|\varepsilon_{t-i}|-\gamma_i\varepsilon_{t-i})^d}{\partial\beta_j} + \sigma_{t-j}^d + \beta_j.\frac{\partial\sigma_{t-i}^d}{\partial\beta_j}$$

$$= \left[\alpha_j.(|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i\varepsilon_{t-i})^{d-1}.(p_{t-i} + \gamma_i)x'_{t-i}\right] + \left[\sigma_{t-j}^d + \beta_j.\frac{\partial\sigma_{t-i}^d}{\partial\beta_j}\right] \quad (3.2.8)$$

5) Tahap kelima, persamaan (3.1.1) diturunkan terhadap γ_i

$$\frac{\partial\sigma_t^d}{\partial\gamma_i} = \frac{\partial}{\partial\gamma_i}\left(\omega + \sum_{i=1}^{p}\alpha_i(|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i\varepsilon_{t-i})^d + \sum_{j=1}^{q}\beta_j\,\sigma_{t-j}^d\right)$$

$$= -\alpha_i.d(|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i\varepsilon_{t-i})^{d-1}.\frac{\partial\varepsilon_{t-i}}{\partial\gamma_i} + \beta_i.\frac{\partial\sigma_{t-i}^d}{\partial\gamma_i} \quad (3.2.9)$$

dan $\frac{\partial\sigma_t^d}{\partial\gamma_i} = 0$ untuk $t \leq 0$

6) Tahap keenam, persamaan (3.1.1) diturunkan terhadap d. Untuk d yang diberikan,

$$\frac{\partial\sigma_t^d}{\partial d} = \frac{\partial}{\partial d}\left(\omega + \sum_{i=1}^{p}\alpha_i(|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i\varepsilon_{t-i})^d + \sum_{j=1}^{q}\beta_j\,\sigma_{t-j}^d\right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial d}\left(\omega + \sum_{i=1}^{p}\alpha_i(|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i\varepsilon_{t-i})^d + \sum_{j=1}^{q}\beta_j\left(\sigma_{t-j}^2\right)^{\frac{d}{2}}\right)$$

$$= \left[\sum_{i=1}^{p}\alpha_i(|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i\varepsilon_{t-i})^d \ln|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i\varepsilon_{t-i}\right] + \left[\frac{1}{2}.\sum_{j=1}^{q}\beta_j\left(\sigma_{t-j}^2\right)^{\frac{d}{2}}\ln\sigma_{t-j}^2\right]$$

(3.2.10)

Untuk menemukan pendekatan estimasi parameter maka digunakan metode iteratif. Algoritma optimisasi untuk iterasi dimulai dari suatu nilai awal, misalkan η_0. Kemudian η_0 digunakan untuk mencari η_1. Proses iteratif estimator η_1 dilakukan sampai diperoleh jarak yang kecil antara η_{t-1} dan η_1. Metode iteratif yang dapat digunakan ada tiga, yaitu metode Newton-Raphson, *Method of Scoring*, dan iterasi Berndt, Hall, Hall & Hausman (BHHH).

3.2.1 Metode Newton-Raphson

Secara umum metode Newton-Raphson melakukan aproksimasi dengan deret Taylor orde kedua untuk fungsi likelihood di sekitar nilai awal, yaitu η_0

$$\ell_t(\eta) = \ell_t|_{\eta_0} + \left.\frac{\partial \ell_t}{\partial \eta'}\right|_{\eta_0} (\eta - \eta_0) + \frac{1}{2}\,(\eta - \eta_0)' \left.\frac{\partial \ell_t}{\partial \eta \partial \eta'}\right|_{\eta_0} (\eta - \eta_0) \tag{3.2.11}$$

Untuk memperoleh kondisi optimum, fungsi (3.2.11) diturunkan terhadap parameter η (Sanjoyo, 2006), menjadi

$$\frac{\partial \ell_t}{\partial \eta} = 0 + \left[\left.\frac{\partial \ell_t}{\partial \eta'}\right|_{\eta_0}\right] + \left.\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial \eta \partial \eta'}\right|_{\eta_0} (\eta - \eta_0) = 0 \tag{3.2.12}$$

berdasarkan persamaan (3.2.11) dan (3.2.13) secara implisit dapat ditaksir η_1

$$\frac{\partial \ell_t}{\partial \eta} = \left[\left.\frac{\partial \ell_t}{\partial \eta'}\right|_{\eta_0}\right] + \left.\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial \eta \partial \eta'}\right|_{\eta_1} (\eta_1 - \eta_0) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\left.\frac{\partial \ell_t}{\partial \eta'}\right|_{\eta_0}\right] = -\left.\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial \eta \partial \eta'}\right|_{\eta_1} (\eta_1 - \eta_0) \Leftrightarrow -\left[\left.\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial \eta \partial \eta'}\right|_{\eta_1}\right]^{-1} \left[\left.\frac{\partial \ell_t}{\partial \eta'}\right|_{\eta_0}\right] = (\eta_1 - \eta_0)$$

$$\Leftrightarrow -\left[\left.\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial \eta \partial \eta'}\right|_{\eta_1}\right]^{-1} \left[\left.\frac{\partial \ell_t}{\partial \eta'}\right|_{\eta_0}\right] + \eta_0 = \eta_1$$

Sehingga diperoleh bentuk umumnya

$$\eta_{m+1} = -\left[\left.\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial \eta \partial \eta'}\right|_{\eta_1}\right]^{-1} \left[\left.\frac{\partial \ell_t}{\partial \eta'}\right|_{\eta_0}\right] + \eta_m \tag{3.2.13}$$

atau

$$\eta_{m+1} = -\left[\left.\frac{\partial \ell_t}{\partial \eta'}\right|_{\eta_0}\right] P_m + \eta_m \tag{3.2.14}$$

dengan

$$P_m = \left[\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial\eta\partial\eta'}\bigg|_{\eta_m}\right]^{-1}$$

3.2.2 *Method of Scoring*

Pada *Method of Scoring*, algoritma iterasi menggunakan nilai ekspektasi dari fungsi likelihood. Algoritmanya dinyatakan sebagai berikut

$$\eta_{m+1} = \eta_m + \left[E\left(\left(\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial\eta\partial\eta'}\right)\bigg|_{\eta_m}\right)\right]^{-1}\left[\frac{\partial \ell_t}{\partial\eta}\bigg|_{\eta_m}\right] \tag{3.2.15}$$

atau

$$\eta_{m+1} = \eta_m - P_m\left[\frac{\partial \ell_t}{\partial\eta}\bigg|_{\eta_m}\right] \tag{3.2.16}$$

dengan

$$P_m = \left[-E\left(\left(\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial\eta\partial\eta'}\right)\bigg|_{\eta_m}\right)\right]^{-1}$$

3.2.2 Iterasi Berndt, Hall, Hall & Hausman (BHHH)

Metode ini mengeksploitasi algoritma iterasi dari *Method of Scoring*. Namun pada iterasi BHHH ditambahkan dengan aturan bilangan banyak (*law of large number*). Bagian yang dieksploitasi adalah P_m dari *Method of Scoring* menjadi bentuk

$$P_m = \left[-E\left(\left(\frac{\partial^2(\ell_1+\ell_2+\ldots+\ell_N)}{\partial\eta\partial\eta'}\right)\bigg|_{\eta_m}\right)\right]^{-1} = \left[-E\left(\left(\frac{\partial^2\sum_{t=1}^{N}\ell_t}{\partial\eta\partial\eta'}\right)\bigg|_{\eta_m}\right)\right]^{-1}$$

$$= \left[-E\left(\left(\sum_{t=1}^{N}\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial\eta\partial\eta'}\right)\bigg|_{\eta_m}\right)\right]^{-1}$$

selanjutnya

$$P_m = \left[-\sum_{t=1}^{N} E\left(\left(\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial\eta\partial\eta'}\right)\Big|_{\eta_m}\right)\right]^{-1}$$

$$= \left[-NE\left(\left(\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial\eta\partial\eta'}\right)\Big|_{\eta_m}\right)\right]^{-1}$$

$$= \left[-N\frac{1}{N}\left(\sum_{t=1}^{N}\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial\eta\partial\eta'}\right)\Big|_{\eta_m}\right]^{-1}$$

akhirnya diperoleh

$$P_m = \left[-\left(\sum_{t=1}^{N}\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial\eta\partial\eta'}\right)\Big|_{\eta_m}\right]^{-1}$$

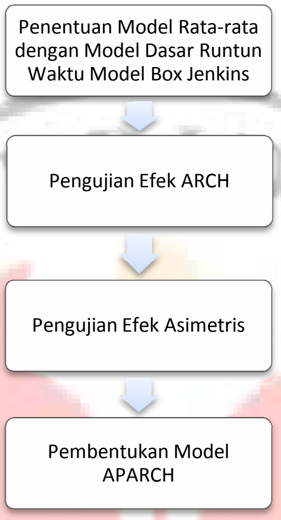
bentuk umum dari skema iterasi BHHH hampir sama dengan *Method of Scoring*, seperti pada persamaan (3.2.15) yang membedakannya adalah persamaan dari P_m . Sehingga bentuk umum dari iterasi BHHH adalah

$$\eta_{m+1} = \eta_m + \left[-\left(\sum_{t=1}^{N}\frac{\partial^2 \ell_t}{\partial\eta\partial\eta'}\right)\Big|_{\eta_m}\right]^{-1}\left[\frac{\partial \ell_t}{\partial\eta}\Big|_{\eta_m}\right] \tag{3.2.17}$$

Dari ketiga metode iteratif yang ada, metode yang digunakan untuk menemukan pendekatan estimasi parameter dalam tugas akhir ini metode iteratif yang digunakan adalah Iterasi Berndt, Hall, Hall & Hausman (BHHH).

3.3 Identifikasi Model

Sebelum data runtun waktu dimodelkan ke model APARCH, terlebih dahulu harus dilakukan beberapa langkah identifikasi model. Langkah-langkah identifikasi model yang dilakukan diperlihatkan oleh Gambar 3.1 berikut



Gambar 3.1
Langkah-langkah Indentifikasi Model APARCH

3.4 Pengujian Efek Asimetris

Untuk memeriksa keberadaan pengaruh efek *leverage* (efek asimetris) terlebih dahulu data runtun waktu harus dimodelkan ke dalam model GARCH (Enders, 2004). Kemudian dari model tersebut diuji apakah memiliki efek asimetris dengan melihat korelasi antara $\varepsilon_t^{\ 2}$ (standar residual kuadrat) dengan ε_{t-p} (lag standar residual) menggunakan *cross correlation*. *Cross correlation* dari 2 runtun/barisan (*series*) didefinisikan sebagai berikut

$$r_{xy}(l) = \frac{c_{xy}(l)}{\sqrt{c_{xx}(0)}.\sqrt{c_{yy}(0)}}, l = 0 \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm m \qquad (3.4.1)$$

dimana

$$c_{xy}(l) = \begin{cases} \sum_{t=1}^{N-l} \frac{(x_t-\bar{x}).(y_{t-l}-\bar{y})}{N}, & l = 0, +1, +2, \ldots, +m \\ \sum_{t=1}^{N+l} \frac{(x_t-\bar{x}).(y_{t+l}-\bar{y})}{N}, & l = 0, -1, -2, \ldots, -m \end{cases}$$

dengan

x : barisan $\varepsilon_t{}^2$ (standar residual kuadrat)

l : lag (tingkat observasi)

y : barisan ε_{t-p} (lag standar residual)

N : Banyaknya Observasi

hipotesis yang diuji adalah

Ho : runtun waktu bersifat simetris

H_1 : runtun waktu bersifat asimetris

kriteria pengujian Tolak Ho, jika korelasi $\neq 0$.

3.5 Verifikasi Model

3.5.1 Pengujian Berdasarkan Keberartian Koefisien

Pada pengujian berdasarkan keberartian koefisien, yang menjadi statistik uji adalah nilai probabilitas dari masing-masing koefisien, dengan hipotesis

H_0 : koefisien tidak berpengaruh secara signifikan terhadap model

H_1 : koefisien berpengaruh secara signifikan terhadap model

kriteria untuk uji keberartian koefisien adalah sebagai berikut:

Tolak H_0 jika probabilitas $< \alpha = 5\%$.

3.5.2 Pengujian Berdasarkan Perbandingan Nilai AIC dan SC

Model terbaik dapat dipilih berdasarkan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Schwarz Criterion* (SC). Model terbaik adalah model dengan nilai AIC dan SC paling kecil. Adakalanya nilai AIC dan SC yang dihasilkan oleh beberapa model saling berkebalikan, sehingga ada keambiguan untuk memilih model yang terbaik. Menurut Enders (2004), SC lebih prioritas untuk dipilih daripada AIC karena SC lebih konsisten dalam menduga parameter model. AIC dan SC didefinisikan sebagai berikut

$$AIC = N \ln \hat{\sigma}_t^d + 2p \quad (3.4.1)$$

$$SC = N \ln \hat{\sigma}_t^d + p \ln N \quad (3.4.2)$$

dengan

$\hat{\sigma}_t^d$: Estimasi dari rata-rata error pangkat d

N : Jumlah observasi

p : Jumlah parameter yang di estimasi

3.6 Peramalan

Langkah terakhir dalam pembentukan model adalah melakukan peramalan beberapa periode selanjutnya. Artinya, berdasarkan model yang paling sesuai, ingin ditentukan distribusi bersyarat observasi yang akan datang berdasarkan pola data di masa lalu. Jika diketahui observasi yang lalu model yang diturunkan dari data runtun waktu bukan merupakan model yang sebenarnya tetapi hanya merupakan pendekatan saja. Ide dari permasalahan tersebut adalah bahwa harapan bersyarat merupakan sebuah bilangan dengan sifat baik, artinya merupakan ramalan dengan residual kuadrat rata-rata minimum.