BAB 3

SMOOTH TRANSITON AUTOREGRESSIVE

3.1. Model *Smooth Transition Autoregressive*

Model *Smooth Transition Autoregressive* adalah salah satu model runtun waktu nonlinear yang merupakan perluasan dari model *Autoregressive* (AR). Menurut Teravirta (1994), bentuk umum dari runtun waktu univariat yang diobservasi pada saat $t = 1, \dots, T-1, T$ adalah

$$y_t = \phi_1' x_t \left(1 - G(y_{t-d}; \gamma, c)\right) + \phi_2' x_t G(y_{t-d}; \gamma, c) + \varepsilon_t \qquad \dots (3.1)$$

dengan

$x_t = (1, \tilde{x}_t)'$ dimana $\tilde{x}_t = \left(y_{t-1}, \dots, y_{t-p}\right)'$

$\phi_i = \left(\phi_{i,0}, \phi_{i,1}, \dots, \phi_{i,p}\right)', i = 1,2$

$G(y_{t-d}; \gamma, c)$: fungsi transisi yang bernilai antara 0 dan 1

y_{t-d} : variabel transisi, $d > 0$

c : parameter lokasi

γ : parameter kemulusan

ε_t : nilai residu pada observasi ke- t yang berdistrbusi *white noise*

Berdasarkan fungsi transisinya terdapat dua tipe model *Smooth Transition Autoregressive* yaitu:

1) Jika fungsi transisinya berupa fungsi logistik,

$$G(y_{t-d}; \gamma, c) = \frac{1}{1 + \exp\left(-\gamma(y_{t-d} - c)\right)}, \gamma > 0 \qquad \dots (3.2)$$

maka model disebut sebagai *Logistic Smooth Transition Autoregressive* (LSTAR) dimana ketika $\gamma \to 0$ maka $G(y_{t-d};\gamma,c) = \frac{1}{2}$, sehingga model LSTAR menjadi model linear AR.

2) Jika fungsi transisinya berupa fungsi eksponensial,

$$G(y_{t-d};\gamma,c) = 1 - \exp(-\gamma(y_{t-d} - c)^2)\,,\gamma > 0 \qquad \ldots (3.3)$$

maka model disebut sebagai *Exponential Smooth Transition Autoregressive* (ESTAR) dimana ketika $\gamma \to 0$ maka $G(y_{t-d};\gamma,c) = 1$, sehingga model ESTAR menjadi model linear AR. Demikian pula ketika $\gamma \to \infty$ maka $G(y_{t-d};\gamma,c) = 1$.

Langkah-langkah untuk membentuk model *Smooth Transition Autoregressive* yaitu:

1. Memodelkan data dengan proses AR yang sesuai.
   a. Membuat plot runtun waktu untuk melihat kestasioneran data. Apabila data belum stsioner dapat dilakukan pembedaan (*differencing*) atau tranformasi data.
   b. Menentukan model AR berdasarkan plot FAK dan FAKP.
   c. Mengestimasi parameter untuk model AR yang terpilih.
   d. Memilih model AR terbaik berdasarkan uji verifikasi.
2. Memodelkan data dengan model *Smooth Transition Autoregressive*
   a. Melakukan uji nonlinearitas terhadap model dengan hipotesis nol linearitas AR melawan alternatif nonlinearitas *Smooth Transition Autoregressive*. Jika hipotesis nol ditolak maka modelkan data dengan model *Smooth Transition Autoregressive*.

b. Berdasarkan hasil uji nonlinearitas dapat terpilih variabel transisi dan fungsi transisi yang sesuai.

c. Mengestimasi parameter dari model *Smooth Transition Autoregressive* yang terpilih.

3. Mengevaluasi dan memilih model yang terbaik berdasarkan nilai standar deviasi dan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) terkecil .
4. Menggunakan model terbaik untuk peramalan data pada periode selanjutnya.

3.2 Uji Nonlinearitas

Persamaan (3.1) sebelumnya dapat dituliskan sebagai

$$y_t = \phi_1' x_t + (\phi_2' - \phi_1') x_t G(y_{t-d}; \gamma, c) + \varepsilon_t \qquad \ldots (3.4)$$

sehingga dapat dibentuk hipotesis sebagai berikut:

i. $H_0: \phi_1' = \phi_2'$ (model linear)

$H_1:$ terdapat minimal satu $\phi_{1,j}' \neq \phi_{2,j}'$; $j = 1,2, \ldots, p$ (model nonlinear)

Selain itu, dari persamaan (3.4) dapat juga dibentuk hipotesis sebagai berikut:

ii. $H_0: \gamma = 0$ (model linear)

$H_1: \gamma \neq 0$ (model nonlinear)

Pada pengujian dari kedua hipotesis ini tidak semua parameter dalam model dapat tercakup di bawah asumsi hipotesis nol, untuk mengatasi hal tersebut Terasvirta pada pengujian hipotesis (ii) menggunakan uji *Lagrange Multiplier* (LM) yang berdistribusi *chi-squared* (χ^2) dan mengganti fungsi transisi $G(y_{t-d}; \gamma, c)$ dengan ekspansi Taylor yang sesuai.

Uji Nonlinearitas untuk LSTAR

Menurut Luukkonen, Saikkonen dan Terasvirta (1988), fungsi transisi pada model (3.4) dapat diganti dengan ekspansi Taylor orde tiga di sekitar $\gamma = 0$,

$$T_3(y_{t-d};\gamma,c) = G(y_{t-d};0,c) + \gamma \frac{\partial G(y_{t-d};\gamma,c)}{\partial \gamma}\bigg|_{\gamma=0} + \frac{1}{2}\gamma^2 \frac{\partial^2 G(y_{t-d};\gamma,c)}{\partial \gamma^2}\bigg|_{\gamma=0} + \frac{1}{6}\gamma^3 \frac{\partial^3 G(y_{t-d};\gamma,c)}{\partial \gamma^3}\bigg|_{\gamma=0} + R_3(y_{t-d};\gamma,c)$$

$$= \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}\gamma(y_{t-d} - c) + \tfrac{1}{48}\gamma^3(y_{t-d} - c)^3 + R_3(y_{t-d};\gamma,c) \quad \ldots(3.5)$$

dimana $R_3(y_{t-d};\gamma,c)$ merupakan fungsi sisa.

Dengan mensubstitusi $T_3(y_{t-d};\gamma,c)$ untuk $G(y_{t-d};\gamma,c)$ dalam persamaan (3.4) maka diperoleh

$$y_t = \beta_{0,0} + \beta_0' \tilde{x}_t + \beta_1' \tilde{x}_t y_{t-d} + \beta_2' \tilde{x}_t y_{t-d}^2 + \beta_3' \tilde{x}_t y_{t-d}^3 + e_t \quad \ldots(3.6)$$

dimana $e_t = \varepsilon_t + (\phi_2 - \phi_1)' \ x_t R_3(y_{t-d};\gamma,c)$ dan $\beta_{0,0}$ serta $\beta_i, i = 0,1,2,3$ merupakan fungsi parameter dari ϕ_1, ϕ_2, γ dan c.

Hipotesis nol $H_0{:}\,\gamma = 0$ berhubungan dengan $H_0{:}\,\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ yang dapat diuji dengan uji *Lagrange Multiplier* (LM), dimana uji tersebut di bawah hipotesis nol yang dinotasikan sebagai LM_3 berdistribusi *chi-squared* (χ^2) dengan derajat kebebasan sebesar *3p*.

Uji Nonlinearitas untuk ESTAR

Menurut Granger dan Terasvirta (1993), fungsi transisi eksponensial pada model dapat diganti dengan pendekatan Taylor orde pertama di sekitar $\gamma = 0$,

$$T_1(y_{t-d};\gamma,c) = G(y_{t-d};0,c) + \gamma \left.\frac{\partial G(y_{t-d};\gamma,c)}{\partial \gamma}\right|_{\gamma=0} + R_1(y_{t-d};\gamma,c)$$

$$= \gamma(y_{t-d} - c)^2 + R_1(y_{t-d};\gamma,c) \quad \dots (3.7)$$

dimana $R_1(y_{t-d};\gamma,c)$ merupakan fungsi sisa.

Dengan mengganti $T_1(y_{t-d};\gamma,c)$ untuk $G(y_{t-d};\gamma,c)$ dalam persamaan (3.4) maka diperoleh

$$y_t = \beta_{0,0} + \beta_0^{'}\tilde{x}_t + \beta_1^{'}\tilde{x}_t y_{t-d} + \beta_2^{'}\tilde{x}_t y_{t-d}^2 + e_t \quad \dots (3.8)$$

dimana $e_t = \varepsilon_t + (\phi_2 - \phi_1)^{'} x_t R_1(y_{t-d};\gamma,c)$ dan $\beta_{0,0}$ serta $\beta_i, i = 0,1,2,$ menunjukkan bahwa pembatasan $\gamma = 0$ berhubungan dengan $\beta_1 = \beta_2 = 0$ dalam persamaan (3.8). Uji statistik untuk hipotesis nol ini dapat diuji dengan uji *Lagrange Multiplier* (LM), dimana uji tersebut di bawah hipotesis nol dinotasikan sebagai LM_2 berdistribusi *chi-squared* (χ^2) dengan derajat kebebasan sebesar *2p*.

Selain itu, pengujian nonlinearitas untuk persamaan (3.6) dapat juga dilakukan mengggunakan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Estimasi model dengan meregresikan y_t pada x_t , lalu hitung residual $\tilde{\varepsilon}_t$ dan jumlah kuadrat residual $SSR_0 = \sum_{t=1}^{T} \tilde{\varepsilon}_t^2$
2. Estimasi *auxiliary regressors* dari $\tilde{\varepsilon}_t$ pada x_t dan $\tilde{x}_t y_{t-1}^i, i = 1,2,3$ lalu hitunglah jumlah kuadrat residual dari regresi SSR_1
3. Statistik uji dapat dihitung dengan

$$LM_3 = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/3p}{SSR_1/(T-4p-1)} \quad \dots (3.9)$$

yang berdistribusi F dengan derajat kebebasan sebesar $3p$ dan $(T - 4p - 1)$.

Pemilihan Variabel Transisi

Pada penentuan fungsi transisi model *smooth transition autoregressive* digunakan prosedur dari Terasvirta yaitu melalui uji LM_3. Meskipun LM_3 dikembangkan untuk uji alternatif LSTAR, uji ini memiliki kemampuan yang sama untuk alternatif ESTAR. Hal ini secara intuitif dapat terlihat dengan membandingkan persamaan (3.6) dan (3.8) yang digunakan untuk menghitung statistik LM_2 dan LM_3 bahwa semua *auxiliary regressors* dalam persamaan (3.8) terkandung dalam persamaan (3.6). Oleh karena itu, statitistik uji ini diduga memiliki kemampuan yang sama baiknya terhadap ESTAR.

Variabel transisi dapat ditentukan lebih dahulu tanpa menspesifikasikan bentuk alternatif dari fungsi transisi. Dengan menghitung statistik uji LM_3 untuk beberapa kandidat dari variabel transisi, dipilih variabel transisi dengan *p-value* terkecil atau statistik uji LM_3 terbesar.

Pemilihan Fungsi Transisi

Jika asumsi linearitas ditolak dan variabel transisi yang tepat telah dipilih maka langkah selanjutnya adalah memilih bentuk dari fungsi transisi $G(y_{t-d}; \gamma, c)$. Pemilihan fungsi transisi $G(y_{t-d}; \gamma, c)$ dilakukan dengan menguji urutan hipotesis nol berikut yang dapat dibentuk dari persamaan (3.6) yaitu:

i. $H_{01}: \beta_3 = 0$

ii. $H_{02}: \beta_2 = 0 | \beta_3 = 0$

iii. $H_{03}: \beta_1 = 0 | \beta_3 = \beta_2 = 0$

dengan ketentuan:

i. jika hipotesis nol H_{01} ditolak maka artinya model LSTAR yang dipilih,

ii. jika hipotesis nol H_{02} ditolak maka artinya model ESTAR yang dipilih,

iii. jika hipotesis nol H_{03} ditolak maka artinya model LSTAR yang dipilih,

Selain itu pemilihan fungsi transisi dapat dilakukan dengan membandingkan tingkat signifikansi dari uji F dengan ketentuan jika *p-value* dari uji terhadap H_{02} paling kecil daripada uji terhadap hipotesis lainnya maka model ESTAR yang dipilih.

3.3 Estimasi Parameter

Berdasarkan model (3.1) yaitu,

$$y_t = \phi_1' x_t \big(1 - G(y_{t-d}; \gamma, c)\big) + \phi_2' x_t G(y_{t-d}; \gamma, c) + \varepsilon_t$$

Langkah-langkah mengestimasi parameter pada model tersebut dengan metode *Nonlinear Least Square* (NLS) mengunakan metode-metode iteratif seperti yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya pada dasarnya sama yaitu sebagai berikut:

1) Menentukan nilai awal yaitu $\hat{\theta}^{(1)}$

2) Menyelesaikan persamaan normal dari suatu model yang akan ditaksir dengan tujuan untuk meminimumkan jumlah kuadrat residu yaitu

$$\hat{\theta} = \min \sum_{t=1}^{T} \big(y_t - F(X, \phi)\big)^2 \qquad \dots (3.10)$$

dimana

$$\hat{\theta} = (\phi_1', \phi_2', \gamma, c)'$$

$$F(X, \phi) = \phi_1' x_t \big(1 - G(y_{t-d}; \gamma, c)\big) + \phi_2' x_t G(y_{t-d}; \gamma, c)$$

3) Iterasi akan berhenti pada saat nilai iterasi tersebut sudah konvergen

Dalam pengestimasian parameter selanjutnya perhitungan akan dilakukan dengan menggunakan bantuan *software* JMULTI 4.23 dan Eviews 6.

3.4 Kriteria Pemilihan Model Terbaik

Setelah dilakukan pengestimasian parameter untuk model yang terpilih, langkah selanjutnya adalah melakukan pemilihan model terbaik. Kriteria pemilihan model terbaik yaitu:

a. Uji Keberartian Koefisien (θ atau ϕ)

Hipotesis yang harus diuji adalah

H_0 : koefisien tidak berbeda secara signifikan dengan nol.

H_1 : koefisien berbeda secara signifikan dengan nol.

Adapun kriteria untuk uji keberartian koefisien adalah sebagai berikut.

1) Tolak H_0 jika $|koef| < 2SE(koef)$ atau
2) Tolak H_0 jika $p.value < \alpha$

b. Nilai standar deviasi terkecil

Kriteria pemilihan model terbaik berdasarkan nilai standar deviasi adalah model dengan nilai standar deviasi terkecil.

c. Nilai *Akaike Information Criterion* (AIC)

Nilai AIC dirumuskan sebagai

$$AIC = Tln\hat{\sigma}^2 + 2k \quad \ldots (3.11)$$

dengan T adalah banyaknnya data, $\hat{\sigma}^2 = \sum_{t=1}^{T} \hat{\varepsilon}_t^2$ adalah residu hasil estimasi model dan k adalah banyaknya parameter yang diestimasi. Model yang dipilih adalah model yang memiliki nilai AIC terkecil.

3.5 Peramalan

Setelah diperoleh model terbaik langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan untuk data pada periode selanjutnya berdasarkan data pada periode sebelumnya. Hasil peramalan yang diharapkan adalah peramalan yang baik yaitu peramalan dengan kuadrat rata-rata residu minimum. Yang artinya selisih antara nilai estimasi dengan nilai parameter sebenarnya tidak terlalu jauh.