

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis untuk konsep matriks adalah suatu konsep yang sangat fundamental dalam kajian aljabar linear elementer maupun aljabar linear lanjut. Hampir semua konsep dalam aljabar linear dapat dieksplorasi oleh konsep-konsep matriks.

Secara umum konsep matriks terkait erat dengan konsep transformasi linear, khususnya tentang konsep transformasi linear $T: V \rightarrow V$ dengan V adalah ruang vektor atas lapangan \mathbf{R} (atau \mathbf{C}) berdimensi berhingga, yang merupakan perkalian oleh matriks A dengan entri-entri di lapangan \mathbf{R} (atau \mathbf{C}) yang berukuran berhingga, yang biasa dinamakan transformasi matriks.

Seperti diketahui sebarang transformasi linear $T: V \rightarrow V$ dapat ditinjau sebagai transformasi matriks. Ide dasarnya adalah memilih basis untuk V yang bekerja pada matriks koordinat vektor terhadap basis untuk V dan bukan bekerja dengan vektor itu sendiri. Jelas bahwa transformasi linear $T: V \rightarrow V$ bergantung terhadap basis yang dipilih untuk V .

Salah satu masalah mendasar dalam aljabar linear adalah perlunya memilih basis untuk V yang membuat matriks T sesederhana mungkin. Masalah ini telah mendorong lahirnya konsep keserupaan matriks. Misalkan $T: V \rightarrow V$ adalah transformasi linear pada ruang vektor V berdimensi berhingga, A' dikatakan

serupa dengan A , jika A adalah matriks T terhadap basis B dan A' adalah matriks terhadap basis B' , maka $A' = P^{-1}AP$ di mana P adalah matriks transisi dari B' ke B . Secara lebih umum jika A dan B adalah matriks kuadrat, B dikatakan serupa dengan A jika terdapat matriks P yang dapat dibalik sehingga $B = P^{-1}AP$.

Hal yang menarik untuk dikaji adalah kondisi *rank* dari dua matriks yang serupa. Misalkan matriks A dan B entri-entrinya di lapangan \mathbf{R} , A serupa dengan B jika dan hanya jika $\text{rank}A = \text{rank}B$. Selanjutnya matriks C dan D , yang entri-entrinya di lapangan C , dikatakan serupa jika dan hanya jika $\text{rank}C = \text{rank}D$.

Secara khusus tulisan ini akan menguraikan konsep *rank* dari matriks yang serupa dari AB dan BA . Misalkan $M_n(C)$ adalah himpunan semua matriks berukuran $n \times n$ dengan entri-entri di lapangan C dan $GL_n(C)$ adalah grup linier umum yang terdiri atas matriks yang berukuran $n \times n$ dan dapat dibalik dengan entri-entri di lapangan C . Apa kondisi *rank* matriks yang menjadi syarat cukup sehingga matriks AB dan BA tersebut serupa. Selanjutnya kondisi *rank* tersebut diperiksa apakah merupakan syarat perlu dari matriks yang serupa atau tidak.

1.2 Rumusan dan Batasan Masalah

Untuk mengkaji konsep *rank* matriks serupa AB dan BA , pada Tugas Akhir ini kajiannya dibatasi dan dirumuskan dalam permasalahan sebagai berikut:

1. Apakah yang menjadi syarat cukup dan perlu dari kondisi *rank* matriks sehingga matriks AB dan BA serupa?
2. Bagaimana sifat – sifat dari matriks A dan B yang serupa?

1.3 Tujuan Penulisan

Setiap kegiatan memiliki tujuan tertentu yang ingin dicapai. Tujuan akan memberikan petunjuk mengenai hal-hal yang harus dilakukan dalam penyusunan Tugas Akhir ini. Sehubungan dengan permasalahan di atas, maka tujuan penulisan Tugas Akhir mengenai kondisi *rank* AB dan BA sehingga matriks AB dan BA serupa ini adalah:

1. Menentukan syarat cukup dan perlu dari kondisi *rank* matriks sehingga matriks AB dan BA serupa.
2. Menentukan sifat-sifat dari matriks A dan B yang serupa.

1.4 Sistematika Penulisan

Tugas Akhir ini ditulis dengan susunan sebagai berikut:

BAB 1 : PENDAHULUAN

Bab ini berisi uraian latar belakang permasalahan yang akan dibahas, rumusan dan batasan masalah, tujuan penulisan, manfaat penulisan dan sistematika penulisan.

BAB 2 : LANDASAN TEORI

Bab ini menyajikan tentang dasar-dasar teori yang berguna untuk menguraikan pembahasan pada bab III, khususnya teori-teori tentang sifat-sifat dasar matriks, *rank* matriks, keserupaan matriks dan invers matriks yang diperumum.

BAB 3 : KONDISI *RANK* SEHINGGA MATRIKS *AB* DAN *BA* SERUPA

Bab ini menjelaskan inti dari permasalahan dan pembahasan dalam Tugas Akhir ini, yaitu menentukan syarat perlu dan cukup *rank* matriks sedemikian sehingga matriks *AB* dan *BA* serupa.

BAB 4 : KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini menjelaskan kesimpulan dan saran dari keseluruhan Tugas Akhir ini.

DAFTAR PUSAKA

