BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Pengumpulan Data

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder yang terkait dengan impor beras di Indonesia pada tahun 2011 sampai tahun 2018. Data penelitian ini diperoleh dari Badan Pusat Statistika (BPS).

3.2 Variabel Penelitian

Variabel tak bebas yang digunakan adalah impor beras. Variabel bebas yang digunakan ada 5 variabel sebagai berikut:

X_1 : Jumlah produksi beras yang dihasilkan setiap tahun dalam satuan ton (ton/tahun)

X_2 : Harga beras dalam negeri yang diukur dalam satuan rupiah per ton (Rp/ton)

X_3 : Luas panen padi didalam negeri yang diukur dalam satuan ton per tahun

X_4 : Kurs

X_5 : Jumlah penduduk

3.3 Penduga Parameter *Generalized Ridge Regression* (GRR)

Metode *Generalized Ridge Regression* (GRR) adalah metode alternatif untuk mengatasi multikolinieritas pada penduga parameter model regresi. Penduga yang dihasilkan dari metode GRR dinamakan penduga *Generalized Ridge*.

Misalkan terdapat suatu matriks orthogonal D dimana $D^T = D^{-1}$ sedemikian sehingga $D^T D = I$ dan $D^T CD = \Lambda$, dimana $C = X^T X$ dan Λ merupakan matriks 2×2 dimana anggota diagonal utamanya merupakan nilai eigen (λ_1, λ_2) dari matriks $X^T X$.

Bentuk kanonik dari persamaan (2.2) adalah sebagai berikut

$$Y = X\beta + \varepsilon$$
$$= XDD^T\beta + \varepsilon$$

Misalkan $\gamma = D^T\beta$ sehingga

$$Y = XD\gamma + \varepsilon$$

Misalkan $XD = X^*$ sehingga

$$Y = X^*\gamma + \varepsilon \tag{3.1}$$

dengan $X^* = XD$ dan $\gamma = D^T\beta$ sehingga penaksir Metode Kuadrat Terkecil menjadi

$$\hat{\gamma}_{LS} = (X^{*T}X^*)^{-1}X^*Y \tag{3.2}$$

Dengan asumsi $\Lambda = D^TX^TXD$ maka persamaan (2.15) menjadi

$$\hat{\gamma}_{LS} = (X^{*T}X^*)^{-1}X^{*T}Y$$
$$= ((XD)^TXD)^{-1}X^{*T}Y$$
$$= (D^TX^TXD)^{-1}X^{*T}Y$$
$$\hat{\gamma}_{LS} = \Lambda^{-1}X^{*T}Y \tag{3.3}$$

Selanjutnya untuk mendapatkan parameter GRR dengan menambahkan konstanta bias *K,* dimana *K* merupakan matriks diagonal dengan anggota $\left(k_1, k_2\right)$.

$$\hat{\gamma}_{GR} = (\Lambda + K)^{-1}X^{*T}Y \tag{3.4}$$

dengan $A = \Lambda + K$ sehingga didapatkan

$$\hat{\gamma}_{GR} = A^{-1}X^{*T}Y$$

$$= A^{-1}(XD)^T X^{*}\hat{\gamma}_{LS}$$

$$= A^{-1}D^T X^T XD\hat{\gamma}_{LS}$$

Karena $D^T X^T XD = \Lambda$ maka

$$\hat{\gamma}_{GR} = A^{-1}\Lambda\hat{\gamma}_{LS} \quad (3.5\ )$$

$$= A^{-1}(A - K)\hat{\gamma}_{LS}$$

$$= (A^{-1}A - A^{-1}K)\hat{\gamma}_{LS}$$

diperoleh

$$\hat{\gamma}_{GR} = (I - A^{-1}K)\hat{\gamma}_{LS} \quad (3.6\ )$$

Berdasarkan bentuk kanonik dimana $\gamma = D^T\beta$ maka $\beta = D_{\gamma}$. Sehingga parameter β GRR untuk model awal adalah

$$\hat{\beta}_{GR} = D_{\gamma_{GR}} \quad (3.7\ )$$

$$= D(A^{-1}\Lambda\hat{\gamma}_{LS})$$

Diketahui $\hat{\gamma}_{LS} = \Lambda^{-1}X^{*T}Y$, $A = \Lambda + K$, $\Lambda = D^T X^T XD$, dan $X^{*} = XD$ akan diperoleh penduga untuk $\hat{\beta}_{GR}$ yaitu:

$$\hat{\beta}_{GR} = D((\Lambda + K)^{-1}\Lambda(\Lambda^{-1}X^{*T}Y)$$

$$= D((D^T X^T XD + K)^{-1} D^T X^T Y)$$

$$= D((D^T X^T XD + D^T DKD^T D)^{-1} D^T X^T Y)$$

$$= D((D^T(X^T X + DKD^T)D)^{-1} D^T X^T Y$$

$$= DD^{-1}(X^T X + DKD^T)^{-1}(D^T)^{-1}D^T X^T Y$$

$$= I(X^T X + DKD^T)^{-1}(D^T)^{-1}D^T X^T Y$$

$$= (X^T X + DKD^T)^{-1} I X^T Y$$

dengan $A_* = X^T X + K_* = DKD^T$ diperoleh

$$\hat{\beta}_{GR} = A_*^{-1} X^T Y \quad (3.8)$$

3.4 Metode Penduga *Jackknife Ridge Regression*

Metode *Jackknife ridge regression* ini diperkenalkan pertama kali oleh Hinkley pada tahun 1977. Metode penaksiran *Jackknife Ridge Regression* adalah salah satu metode penaksiran parameter model regresi dengan mengoreksi kemungkinan bias. Prosedur *Jackknife* digunakan untuk menduga suatu populasi yang tidak diketahui distribusinya (Malau, 2021). Prosedur ini dilakukan dengan beberapa tahap, yaitu pada tahap pertama adalah menghitung parameter regresi dari sampel secara keseluruhan. Kemudian satu observasi dari sampel keseluruhan dihapus secara sekuensial dan dilakukan perhitungan dengan sampel yang berukuran kecil. Selanjutnya dilakukan perhitungan dengan prosedur *Jackknife* untuk memperoleh penduga parameter dengan nilai *error* yang lebih kecil.

Didefinisikan

$$Y_{-i} = X^*_{-i} \gamma + \varepsilon$$

dengan Y_{-i} adalah matriks Y tanpa observasi baris ke-*i* dan X^*_{-i} adalah matriks $X^* = XD$ tanpa observasi baris ke-*i.* Maka persamaan tanpa observasi baris ke-*i* akan menjadi

$$\hat{\gamma}GR_{(-i)} = (X^{*t}_{-i} X^*_{-i} + K)^{-1} X^{*t}_{-i} Y_{-i} \quad (3.9)$$

Persamaan diatas merupakan penduga dari *Generalized Ridge Regression* tanpa observasi baris ke-*i* dengan:

$$X^{*t}_{-i} X^*_{-i} = X^{*t} X^* - x^*_i x^{*t}_i \quad (3.10)$$

$$X_{-i}^{*t}Y_{-i} = X^{*t}Y - x_i^{*}y_i \quad (3.11\ )$$

dengan x^{*} adalah matriks kolom yang berukuran $p\times1$ yang elemen di dalamnya berisi observasi ke-i dari matriks X^{*} dan y_i merupakan matriks kolom yang berukuran $p\times1$ yang elemen di dalamnya berisi observasi ke-i dari matriks Y. Kedua persamaan diatas akan disubtitusikan ke persamaan (3.9) dan akan diperoleh:

$$\hat{\gamma}GR_{-i} = (X^{*t}X^{*} - x_i^{*}x_i^{*t} + K)^{-1}(X^{*t}Y - x_i^{*}y_i) \quad (3.12\ )$$

Jika dijabarkan maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
\hat{\gamma}GR_{-i} &= [\left(X^{*t}X^{*} + K - x_i^{*}x_i^{*t}\right)^{-1}\left(X^{*t}Y - x_i^{*}y_i\right)] \\
&= [\left((XD)^{t}(XD) + K - x_i^{*}x_i^{*t}\right)^{-1}\left(X^{*t}Y - x_i^{*}y_i\right)] \\
&= [\left(D^{t}X^{t}XD + K - x_i^{*}x_i^{*t}\right)^{-1}\left(X^{*t}Y - x_i^{*}y_i\right)] \\
&= [\left(\Lambda + K - x_i^{*}x_i^{*t}\right)^{-1}\left(X^{*t}Y - x_i^{*}y_i\right)] \\
&= [\left(A - x_i^{*}x_i^{*t}\right)^{-1}\left(X^{*t}Y - x_i^{*}y_i\right)]
\end{aligned}$$

Kemudian dengan menggunakan invers penjumlahan matriks yang dikemukakan oleh Khurana dalam (Malau, 2021) :

$$[\left(A - x_i^{*}x_i^{*t}\right)^{-1} = \left(A^{-1} + \frac{\left(A^{-1}x_i^{*}x_i^{*t}A^{-1}\right)}{1-x_i^{*}A^{-1}x_i^{*t}}\right)$$

Dari persamaan diatas diperoleh persamaan baru yaitu

$$\hat{\gamma}GR_{-i} = \left(A^{-1} + \frac{\left(A^{-1}x_i^{*}x_i^{*t}A^{-1}\right)}{1-x_i^{*}A^{-1}x_i^{*t}}\right)\left(X^{*t}Y - x_i^{*}y_i\right)$$

$$= A^{-1}X^{*t}Y - A^{-1}x_i^{*}y_i + \frac{\left(A^{-1}x_i^{*}x_i^{*t}A^{-1}\right)}{1-x_i^{*}A^{-1}x_i^{*t}}\left(X^{*t}Y\right) - \frac{\left(A^{-1}x_i^{*}x_i^{*t}A^{-1}\right)}{1-x_i^{*}A^{-1}x_i^{*t}}\left(x_i^{*}y_i\right)$$

$$= \hat{\gamma}GR - \frac{A^{-1}x_i^{*}y_i\left(1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}\right)}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}} + \frac{A^{-1}x_i^{*}x_i^{*t}A^{-1}\left(X^{*t}Y\right)}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}} - \frac{A^{-1}x_i^{*}x_i^{*t}A^{-1}(x_i^{*}y_i)}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}}$$

$$= \hat{\gamma}GR - \left(\frac{A^{-1}x_i^{*}y_i - A^{-1}x_i^{*}y_i x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}}\right) + \frac{A^{-1}x_i^{*}x_i^{*t}A^{-1}\left(X^{*t}Y\right)}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}} - \frac{A^{-1}x_i^{*}x_i^{*t}A^{-1}(x_i^{*}y_i)}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}}$$

$$= \hat{\gamma}GR - \frac{A^{-1}x_i^{*}y_i}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}} + \frac{A^{-1}x_i^{*}x_i^{*t}A^{-1}\left(x_i^{*}y_i\right)}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}} + \frac{A^{-1}x_i^{*}x_i^{*t}A^{-1}\left(X^{*t}Y\right)}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}} - \frac{A^{-1}x_i^{*}x_i^{*t}A^{-1}(x_i^{*}y_i)}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}}$$

$$= \hat{\gamma}GR - \frac{A^{-1}x_i^{*}y_i}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}} + \frac{A^{-1}x_i^{*}x_i^{*t}A^{-1}\left(X^{*t}Y\right)}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}}$$

$$= \hat{\gamma}GR - \frac{A^{-1}x_i^{*}y_i}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}} + \frac{A^{-1}x_i^{*}x_i^{*t}\hat{\gamma}GR}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}}$$

$$= \hat{\gamma}GR - \left(\frac{A^{-1}x_i^{*}y_i}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}} - \frac{A^{-1}x_i^{*}x_i^{*t}\hat{\gamma}GR}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}}\right)$$

$$= \hat{\gamma}GR - \left(\frac{A^{-1}x_i^{*}(y_i - x_i^{*t}\hat{\gamma}GR)}{1-x_i^{*t}A^{-1}x_i^{*}}\right)$$

Dengan $\omega_i = x_i^{*'}A^{-1}x_i^{*'}$, persamaan diatas dapat disederhanakan menjadi

$$\hat{\gamma}GR_{(-i)} = \hat{\gamma}GR - \left(\frac{A^{-1}x_i^{*}(y_i - x_i^{*t}\hat{\gamma}GR)}{1-\omega_i}\right) \tag{3.13 }$$

Pada tahun 1977, Hinkley mendefinisikan *weighted pseudo-value* sebagai:

$$Q_i = \hat{\gamma} + n(1 - \omega_i)(\gamma - \gamma_{-i}) \tag{3.14 }$$

dengan mensubtitusikan persamaan diatas kedalam persamaan tersebut didapatkan

$$Q_i = \hat{\gamma}GR + n\left(1 - \omega_i\right)\left(\gamma_{GR} - \gamma_{GR(-i)}\right)$$

$$= \hat{\gamma}GR + n\left(1 - \omega_i\right)\left(\hat{\gamma}GR - \left(\hat{\gamma}GR - \left(\frac{A^{-1}x_i^{*}(y_i - x_i^{*t}\hat{\gamma}GR)}{1-\omega_i}\right)\right)\right)$$

$$= \hat{\gamma}GR + n\left(1 - \omega_i\right)\left(\frac{A^{-1}x_i^*(y_i - x_i^{*t}\hat{\gamma}GR)}{1-\omega_i}\right)$$

$$= \hat{\gamma}GR + nA^{-1}x_i^*(y_i - x_i^{*t}\hat{\gamma}GR)$$

Penduga parameter dengan prosedur *Jackknife* dilakukan dengan mengambil rata-rata dari *weighted pseudo-value* tersebut, kemudian digunakan pada sebagai berikut:

$$\hat{\gamma}JR = \overline{Q} = \frac{1}{n}\sum Q_i$$

$$= \frac{1}{n}\sum(\hat{\gamma}GR + nA^{-1}x_i^*(y_i - x_i^{*t}\hat{\gamma}GR))$$

$$= \frac{1}{n}\{n\hat{\gamma}GR\sum nA^{-1}(x_i^*(y_i - x_i^{*t}\hat{\gamma}GR))\}$$

$$= \hat{\gamma}GR + A^{-1}\sum x_i^*y_i - \sum x^* x_i^{*t}\hat{\gamma}GR$$

$$= \hat{\gamma}GR + A^{-1}X^{*t}Y - X^{*t}X^{*}\hat{\gamma}GR$$

$$\hat{\gamma}JR = \hat{\gamma}GR + A^{-1}X^{*t}(Y - X^{*}\hat{\gamma}GR)$$

Jika $\hat{\gamma}JR$ dijabarkan maka diperoleh persamaan baru sebagai berikut

$$\hat{\gamma}JR = \hat{\gamma}GR + A^{-1}X^{*t}\left(Y - X^{*}\hat{\gamma}GR\right)$$

$$= \hat{\gamma}GR + A^{-1}X^{*t}Y - A^{-1}X^{*t}X^{*}\hat{\gamma}GR$$

$$= \hat{\gamma}GR + \hat{\gamma}GR - A^{-1}X^{*t}X^{*}\hat{\gamma}GR$$

$$= \hat{\gamma}GR + (I - A^{-1}X^{*t}X^{*})\,\hat{\gamma}GR$$

$$= \hat{\gamma}GR + (I - A^{-1}D^{t}X^{*t}X^{*}D)\,\hat{\gamma}GR$$

$$= \hat{\gamma}GR + (I - A^{-1}(\Lambda))\,\hat{\gamma}GR$$

$$= \hat{\gamma}GR + (I - (A^{-1}(A - K)))\,\hat{\gamma}GR$$

$$= \hat{\gamma}GR + (I - (A^{-1}A - A - K))\,\hat{\gamma}GR$$

$$= \hat{\gamma}GR + (I - (I - A^{-1}K))\,\hat{\gamma}GR$$

$$= \hat{\gamma}GR + (I - I + A^{-1}K)\,\hat{\gamma}GR$$

$$= \hat{\gamma}GR + (A^{-1}K)\,\hat{\gamma}GR$$

$$= (\mathrm{I}+A^{-1}K)\,\hat{\gamma}GR \tag{3.15 }$$

$$= (\mathrm{I}+A^{-1}K)(I - A^{-1}K)\,\hat{\gamma}LS$$

$$\hat{\gamma}JR = I - (A^{-1}K)^{2}\,\hat{\gamma}LS \tag{3.16 }$$

Persamaan diatas disebut sebagai penduga *Jackknife Ridge Regression.* Penduga ini diperoleh dengan menggabungkan penduga yang sudah diperoleh dengan menggunakan penduga *Generalized Ridge Regression* lalu dimodifikasi dengan menerapkan metode *Jackknife* di dalamnya, penduga *Jackknife Ridge Regression* untuk $\hat{\beta}_{JR}$ diperoleh dengan mengaitkan bahwa

$$\hat{\gamma}JR = D^{t}\hat{\beta}_{JR}$$

$$D\hat{\beta}_{JR} = \hat{\gamma}JR \tag{3.17 }$$

Dengan mengalikan kedua ruas dengan matriks D dimana matriks D merupakan matriks orthogonal yang diperoleh melalui Teorema Dekomposisi Spektral. Dengan mensubtitusikan Persamaan diatas dengan persamaan tersebut maka diperoleh persamaan berikut:

$$\hat{\beta}_{JR} = D\hat{\gamma}JR$$

$$= D(I - A^{-1}K\hat{\gamma}GR)$$

Diketahui $\hat{\gamma}JR = \Lambda^{-1}X^{*t}Y$, $A = \Lambda + K$, $\Lambda = D^{t}X^{t}XD$, $\hat{\gamma}GR = (I - A^{-1}K)\,\hat{\gamma}LS$, dan $X^{*} = XD$ akan diperoleh penduga untuk $\hat{\beta}_{JR}$ yaitu :

$$\hat{\beta}_{JR} = D\left(I + A^{-1}K\right)\left(I - A^{-1}K\right)\hat{\gamma}LS$$

$$= D\left(I + A^{-1}K\right)\left(AA^{-1} - A^{-1}K\right)\Lambda^{-1}X^{*t}Y$$

$$= D\left(I + A^{-1}K\right)\left(A^{-1}(A - K\right))\Lambda^{-1}X^{*t}Y$$

$$= D\left(I + A^{-1}K\right)A^{-1}\Lambda\Lambda^{-1}X^{*t}Y$$

$$= D\left(I + A^{-1}K\right)(A^{-1}D^{t}X^{t}Y)$$

$$= D(A^{-1}D^{t}X^{t}Y + A^{-1}KA^{-1}D^{t}X^{t}Y)$$

$$= DA^{-1}D^{t}X^{t}Y + DA^{-1}KA^{-1}D^{t}X^{t}Y$$

$$\hat{\beta}_{JR} = \left(DA^{-1}D^{t} + DA^{-1}KA^{-1}D^{t}\right)X^{t}Y \qquad (3.18)$$

Dapat dituliskan $A = D^{t}X^{t}XD + K = D^{t}\left(X^{t}X + DKD^{t}\right)D$ sedemikian sehingga $DA^{-1}D^{t} = (X^{t}X + K_{*})^{-1} = A_{*}^{-1}$, dan $DA^{-1}KA^{-1}D^{t} = A_{*}^{-1}K_{*}A_{*}^{-1}$, dimana $K_{*} = DKD^{t}$, sehingga dengan menggunakan $DA^{-1}D^{t}$dan $A^{-1}KA^{-1}D^{t}$ pada persamaan (3.18) diperoleh:

$$\hat{\beta}_{JR} = (A_{*}^{-1} + A_{*}^{-1}K_{*}A_{*}^{-1})X^{t}Y$$

$$= A_{*}^{-1}X^{t}Y + A_{*}^{-1}K_{*}A_{*}^{-1}X^{t}Y$$

$$= (I + A_{*}^{-1}K_{*})A_{*}^{-1}X^{t}Y$$

$$= (I + A_{*}^{-1}K_{*})A_{*}^{-1}X^{t}(X\beta)$$

$$= \left(I + A_{*}^{-1}K_{*}\right)A_{*}^{-1}\left(X^{t}X\right)\beta$$

$$= \left(I + A_{*}^{-1}K_{*}\right)A_{*}^{-1}\left(X^{t}X + K_{*} - K_{*}\right)\beta$$

$$= \left(I + A_{*}^{-1}K_{*}\right)A_{*}^{-1}\left(A_{*} - K_{*}\right)\beta$$

$$= \left(I + A_{*}^{-1}K_{*}\right)\left(A_{*}^{-1}A_{*} - A_{*}^{-1}K_{*}\right)\beta$$

$$= \left(I + A_{*}^{-1}K_{*}\right)\left(I - A_{*}^{-1}K_{*}\right)\beta$$

Sehingga diperoleh penduga $\hat{\beta}_{JR}$ adalah

$$\hat{\beta}_{JR} = (I - \left(A_*^{-1} K_*\right)^2)\beta \quad (3.19\ )$$

3.5 Prosedur Penelitian

1. Mendeskripsikan data yang akan digunakan dalam penelitian.
2. Uji asumsi klasik.
3. Melakukan analisis regresi berganda dengan Metode Kuadrat Terkecil.
4. Mendeteksi masalah multikolinieritas dengan melihat nilai VIF dan *Tolerance,* dan determinan Matriks Korelasi.
5. Mentransformasi data dengan menggunakan pendekatan pemusatan (*centering*) dan penskalaan (*scaling*). Dengan menggunakan pendekatan ini akan diperoleh data atau model yang baru.
6. Penduga parameter dengan *Jackknife Ridge Regression*.
   a. Melakukan trasnformasi terhadap matriks X dan vector Y dengan metode pemusatan dan penskalaan.
   b. Menghitung nilai penduga $\hat{\gamma}^*_{LS}$ dengan Metode Kuiadrat Terkecil.
   c. Menghitung nilai awal k untuk penduga *Generalized Ridge Regression*.
   d. Melakukan iterasi pemilihan k^i yang memenuhi $\hat{\gamma}_{GR}$ dengan ketentuan $|\left(\hat{\gamma}'_{GR}\hat{\gamma}_{GR}\right)^i - (\left(\hat{\gamma}'_{GR}\hat{\gamma}_{GR}\right)^{i-1}| \leq 0.001$ iterasi berhenti.
   e. Menghitung pendugaan parameter dengan *Generalized Ridge Regression*.
   f. Menghitung penduga parameter dengan *Jackknife Ridge Regression.*
7. Melakukan pengecekkan nilai VIF Kembali

8. Menguji signifikasi model regresi linier berganda yang didapat dari metode *Jackknife Ridge Regression* pada data.
9. Melakukan transformasi ke bentuk awal dengan menggunakan rumus :

$$\hat{\beta}_j^* = \frac{S_Y}{S_X}\beta_{jJR}$$

$$\hat{\beta}_0 = \overline{Y} - \beta_1\overline{X}_1 - \beta_2\overline{X}_2 - \dots - \beta_p\overline{X}_p$$

dengan

S_Y : standar deviasi data awal Y

S_{X_j} : standar deviasi data awal X_j

$\overline{X}_j$: rata-rata data awal X_j sebelum ditransformasi

$\overline{Y}$: rata-rata awal data awal Y

10. Menarik kesimpulan.