

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

Misalkan barisan  $\{x_n\}$  di ruang vektor bernorma  $X$  konvergen secara lemah ke  $x$  atau

$$x_n \rightharpoonup x$$

Kelinearan limit yang berlaku pada kekonvergenan kuat berlaku juga pada kekonvergenan lemah. Selain itu, limit lemah dari  $\{x_n\}$  juga bersifat tunggal. Kekonvergenan lemah tidaklah selalu berimplikasi pada kekonvergenan kuat, tapi sebaliknya selalu berlaku. Pada ruang berdimensi hingga kekonvergenan lemah ekuivalen dengan kekonvergenan kuat. Pada ruang berdimensi tak hingga, ruang  $l^1$  menjadi contoh dimana kekonvergenan kuat ekuivalen dengan kekonvergenan lemah. Seperti halnya dalam kekonvergenan kuat, barisan pun terbatas secara seragam dalam norma.

Selanjutnya, misalkan  $X$  ruang Banach, maka himpunan yang kompak secara barisan dan secara lemah adalah himpunan yang terbatas. Lebih jauh lagi, jika  $X$  refleksif maka Teorema Bozano-weirstrass berlaku dalam konteks konvergenan lemah, yaitu setiap barisan terbatasnya memiliki subbarisan yang konvergen secara lemah. Selain itu, bola satuan tutupnya bersifat kompak secara barisan dan secara lemah. Hasil ini berbeda jika bekerja dalam kekonvergenan kuat, karena diperoleh fakta bahwa bola satuan tutup diruang berdimensi tak

hingga tidak pernah kompak secara barisan. Lebih umum dari bola satuan tutup, himpunan yang tertutup, konveks dan terbatas pada ruang Banach refleksif selalu kompak secara barisan dan secara lemah.

## 5.2 Saran

Pembahasan kekonvergenan lemah mendasari konsep kekonvergenan lain, yaitu kekonvergenan lemah\*. Untuk yang ingin melanjutkan pembahasan tentang kekonvergenan lemah, penulis menyarankan agar membahas kekonvergenan lemah\* dan beberapa aplikasinya pada cabang ilmu matematika lainnya.

