BAB III

METODE DEKOMPOSISI X-12ARIMA

3.1 Pendahuluan

Analisis runtun waktu merupakan salah satu analisis statistik yang digunakan untuk mempelajari data dalam satu periode tertentu. Secara umum analisis runtun waktu digunakan untuk tujuan prediksi atau peramalan data, walaupun secara lebih detil Chatfield *et al.* (1984) (Panuju, D. R. *et al*, 2009) menyatakan bahwa fungsi analisis runtun waktu tidak hanya untuk prediksi dan peramalan tetapi juga untuk mendeskripsikan data serta untuk mengontrol sistem secara optimum.

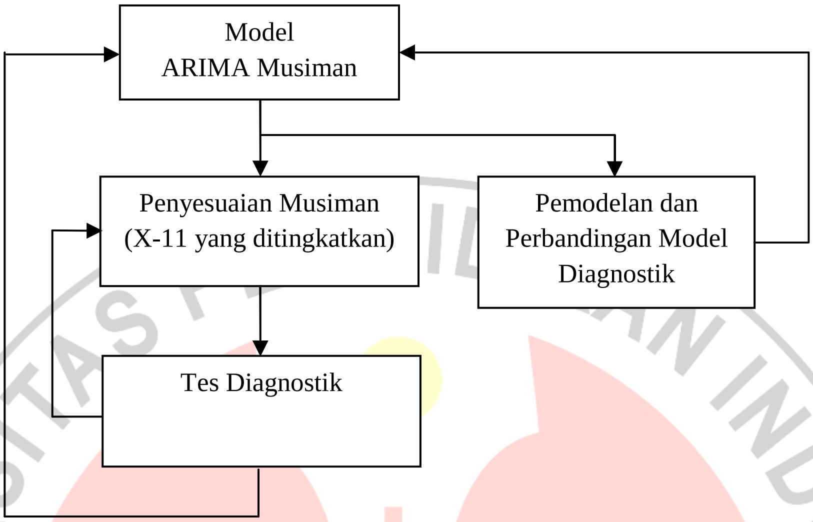
Data-data lingkungan yang dipengaruhi oleh iklim seperti curah hujan, kadar CO_2, udara, dan kondisi vegetasi merupakan data yang dipengaruhi oleh musim. Namun, pernyataan tersebut perlu dibuktikan dengan data empiris dan pengujian yang sahih. Untuk mempelajari data runtun waktu tersebut dibutuhkan teknik analisis yang mempertimbangkan penyesuaian musim. Menurut Pezzuli *et al.* (Panuju, D. R. *et al*, 2009) prosedur X-l2ARIMA merupakan teknik terkini untuk analisis data runtun waktu dengan penyesuaian musiman.

Komponen-komponen yang dijelaskan pada metode penyesuaian musiman antara lain *trend,* komponen musiman *(seasonal component),* dan komponen yang bersifat acak *(irregular component).* Dalam hal ini menurut Shiskin *et al.* (1967) terdapat dua metode utama untuk dekomposisi komponen deret data, yaitu metode aditif dan multiplikatif. Model yang umum digunakan adalah dekomposisi multiplikatif.

Metode dekomposisi X-12ARIMA dikembangkan oleh David F. Findley dan kawan-kawan dari Biro Sensus Amerika Serikat (1995) sebagai versi terbaru dari metode X-11ARIMA yang dikembangkan oleh Dagum dari lembaga statistik Kanada (1978). Metode ini dilakukan melalui langkah-langkah sebagai berikut (*National Statistic*, 2007).

1. Data runtun waktu dimodifikasi untuk mendefinisikan penyesuaian sebelumnya (*prior adjustment*);
2. Metode tersebut mencocokkan suatu model regresi-ARIMA ke dalam suatu model runtun waktu dengan tujuan: mendeteksi dan menyesuaikan data pencilan dan efek lainnya; untuk memperbaiki peramalan dan penyesuaian musiman; dan mendeteksi dan mengestimasi komponen-komponen tambahan seperti efek-efek kalender.
3. Metode ini kemudian menggunakan serangkaian rata-rata bergerak untuk menguraikan suatu runtun waktu tertentu ke dalam tiga komponen. Hal tersebut dilakukan dalam tiga iterasi, didapatkan berturut-turut tiga estimasi yang lebih baik untuk masing-masing komponen. Selama iterasi ini berlangsung nilai ekstrim (*extreme values*) teridentifikasi dan tergantikan.
4. Jarak yang lebar dari suatu statistik diagnostik (*diagnostic statistics*) akan dihasilkan, yang mengGambarkan akhir dari penyesuaian musiman, dan memberikan petunjuk untuk perbaikan yang dapat dilakukan.

Metode dekomposisi X-12ARIMA dapat dideskripsikan dengan bagan berikut.

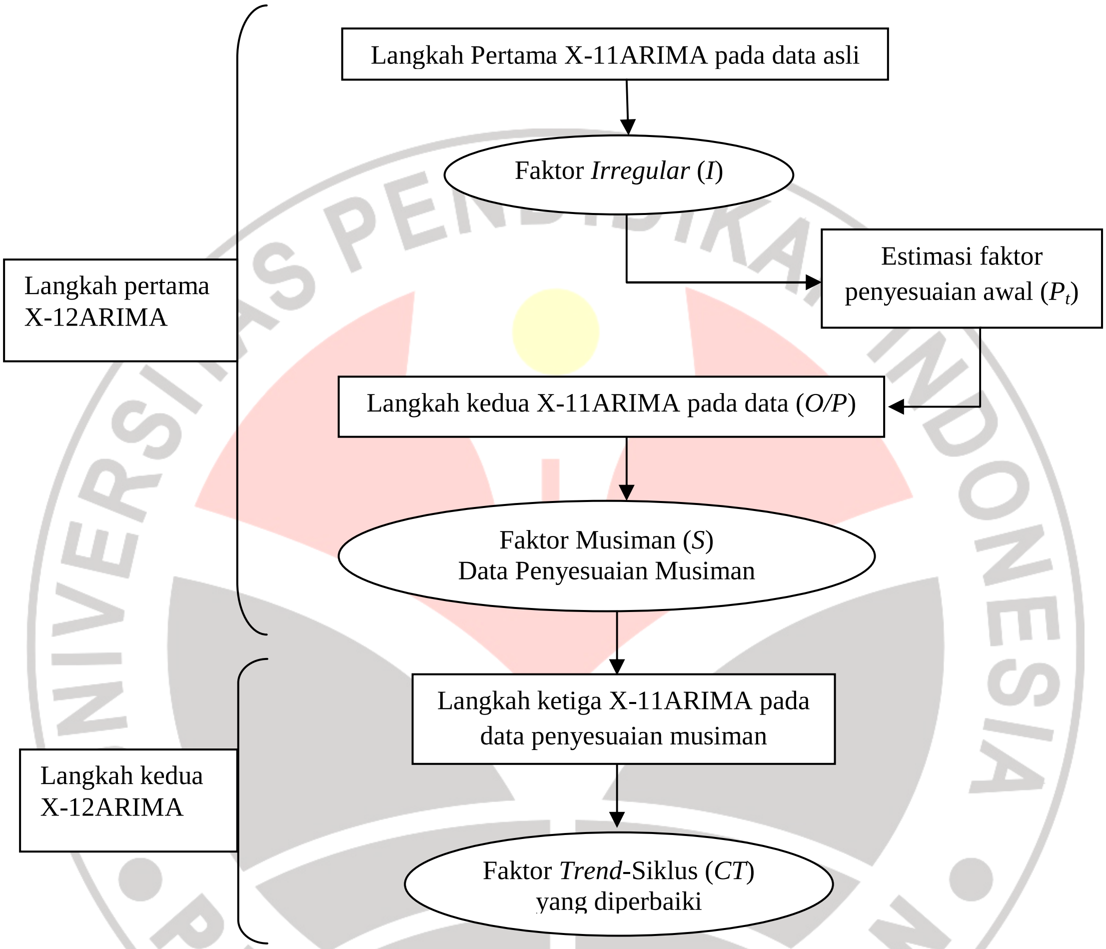


Gambar 3.1
Bagan Metode Dekomposisi X-12ARIMA
Sumber: Findley D.F. dkk., 1998.

3.2 Prosedur Penyesuaian Musiman Diagnostik

Pada sub bab sebelumnya telah dijelaskan algoritma dasar dari metode X-11 untuk mengestimasi faktor-faktor yang ada pada pola data, yaitu faktor musiman, *trend*-siklus, dan faktor *irregular*. Selanjutnya akan dibahas mengenai faktor penyesuaian awal untuk hari perdagangan (*trading day*) dan efek festival (*festival effect*).

Metode ini telah dikembangkan di Biro Pusat Statistik untuk mengestimasi pergerakan dari hari perdagangan dan efek festival. Analisis data runtun waktu dimulai dengan mengestimasi efek dari keduanya. Estimasi perhitungan awal digunakan untuk penyesuaian awal dari data, penyesuaian data asli ini selanjutnya dianalisis menggunakan metode penyesuaian musiman seperti yang telah dibahas sebelumnya. Efek-efek bulanan atau quarteran ini diestimasi dari faktor *irregular*, pada bulan yang sama, dan selanjutnya faktor musiman, kemudian faktor *trend*. Seperti terlihat pada Gambar berikut.



Gambar 3.2
Skema Langkah-langkah X-11ARIMA dan X-12ARIMA
Sumber: Biro Pusat Statistik Israel, 2007.

1. Langkah pertama X-11ARIMA sebelum penyesuaian

   Faktor penyesuaian awal untuk efek hari perdagangan dan festival (P_t) diestimasi menggunakan faktor *irregular* yang didapatkan dari metode penyesuaian musiman pada data asli (O_t).

2. Langkah kedua X-11ARIMA penyesuaian musiman

   Efek hari perdagangan dan festival dapat diestimasi dengan membagi data asli sebelum penyesuaian untuk efek ini (O_t) dengan data penyesuaian (P_t). Secara matematis dituliskan sebagai berikut.

   $$O_t^{(1)} = O_t/P_t \tag{3.1}$$

   dengan $O_t^{(1)}$: penyesuaian awal data asli;

   Kemudian estimasi faktor musiman awal didasarkan pada faktor musiman-*irregular* (SI_t) dengan menghapus komponen *trend*-siklus awal dari analisis penyesuaian awal data asli. Secara matematis dituliskan sebagai berikut.

   $$SI_t = O_t^{(1)}/CT_t \tag{3.2}$$

   Selanjutnya estimasi faktor musiman akhir (SA_t). Pada kasus-kasus yang hanya dipengaruhi oleh faktor musiman, faktor musiman akhir diestimasi dengan membagi data asli dengan komponen musiman (S_t). Secara matematis dituliskan sebagai berikut.

   $$SA_t = O_t^{(1)}/S_t \tag{3.3}$$

3. Langkah ketiga X-11ARIMA Estimasi faktor *trend*

   Estimasi faktor *trend* bertujuan untuk untuk menghilangkan pengaruh kerandoman (*irregularity*) pada data penyesuaian musiman dan mengilustrasikan perkembangan dari data.

Langkah pertama dan kedua pada metode X-11ARIMA merupakan langkah pertama dari metode X-12ARIMA dan langkah kedua pada metode X-12ARIMA berkoresponden dengan langkah ketiga pada X-11ARIMA.

3.3 Metode Dekomposisi X-12ARIMA

Metode X-12ARIMA merupakan salah satu metode yang digunakan untuk mendekomposisi faktor-faktor yang ada pada pola data. Seperti halnya metode X-11ARIMA, metode ini terdiri dari perluasan data runtun waktu yang diberikan oleh peramalan model ARIMA dan penggunaan metode X-11 yang ditingkatkan untuk data runtun waktu yang diperluas tersebut.

Proses X-12ARIMA dalam kasus sederhana atau tidak mengandung efek kalender dalam data runtun waktu mengikuti langkah-langkah yaitu setelah terpilih model ARIMA yang sesuai dengan data, dilakukan peramalan kemudian hasil perluasan data didekomposisi dengan menggunakan metode X-11 yang ditingkatkan. Jika terdapat efek kalender dalam suatu data runtun waktu, maka sebelum melakukan estimasi ARIMA efek kalender harus dihilangkan dari data runtun waktu tersebut.

Untuk mengecek apakah suatu data runtun waktu mengandung efek kalender (*trading day*) atau tidak, digunakan uji F dari analisis varians (Shiskins, 1967). Dengan:

a. Hipotesis:

   H_0 : $\sigma_1 = \sigma_2 \ldots = \sigma_k$

   H_1 : Paling sedikit ada satu tanda "=" yang berbeda.

   atau

   H_0: Data runtun waktu mengandung variasi efek kalender

   H_1: Data runtun waktu tidak mengandung variasi efek kalender

b. Statistik Uji:

$$F_{hitung} = \frac{A_y/(k-1)}{D_y/\Sigma(n_i-1)}$$

dengan

A_y : jumlah kuadrat-kuadrat dari sumber variasi antar kelompok;

$(k-1)$: derajat kebebasan dari A_y;

D_y : jumlah kuadrat-kuadrat dari sumber variasi dalam kelompok;

$\Sigma(n_i-1)$: derajat kebebasan dari D_y.

c. Kriteria Uji:

Tolak H_o jika $F_{hitung} > F_{Tabel} = F_{(\alpha)(v_1,v_2)}$ dengan $v_1 = (k-1)$ dan $v_2 = \Sigma(n_i - 1)$. Pengujian hipotesis di atas dapat juga diuji dengan menggunakan kriteria pengujian tolak H_0 jika nilai *p-value* $< \alpha$ pada output program minitab.

3.3.1 Penyesuaian Data terhadap Hari Perdagangan (*Trading Day*)

Penyesuaian Data terhadap Hari Perdagangan (*Trading Day*) dilakukan untuk menghilangkan efek kalender. Hal ini diperlukan karena satu bulan tertentu mungkin mempunyai jumlah hari kerja atau hari perdagangan yang tidak sama dengan tahun yang berbeda. Di beberapa perusahaan, faktor ini sangat penting karena akan mempengaruhi tingkat penjualan secara nyata.

Langkah pertama dalam menghilangkan efek kalender adalah dengan menentukan jumlah hari perdagangan untuk setiap bulan pada tahun-tahun yang berbeda yang kemudian dilanjutkan dengan menghitung jumlah hari kerja rata-rata untuk setiap bulan. Rata-rata hari kerja yang bersesuaian dengan bulan yang bersangkutan dipakai sebagai pembagi nilai-nilai yang sebenarnya dari bulan yang bersangkutan. Koefisien yang dihasilkan digunakan sebagai pembagi data asli untuk memperoleh himpunan data yang telah disesuaikan terhadap hari perdagangan. Secara matematis, penyesuaian hari perdagangan bisa dihitung dengan rumus (Rama, 2009).

$$Y_t = X_t \times \frac{\bar{D}_j}{D_j} \tag{3.4}$$

dengan Y_t : data hasil penyesuaian ke-t;

X_t : data asli ke-t sebelum penyesuaian;

$\bar{D}_j$: rata-rata jumlah hari perdagangan seluruh tahun untuk bulan j;

D_j : jumlah hari perdagangan untuk bulan j;

3.3.2 Langkah-langkah Metode Dekomposisi X-12ARIMA

Dalam melakukan proses penyesuaian musiman (*seasonal adjustment*) langkah-langkah dalam metode dekomposisi X-12ARIMA menggunakan metode X-11 yang ditingkatkan (Biro Pusat Statistik Israel, 2007). Adapun langkah-langkah tersebut adalah (1) estimasi awal; (2) estimasi akhir dari komponen musiman; dan (3) estimasi akhir dari komponen *trend*-Siklus dan *irregular*.

3.3.2.1 Estimasi Awal

3.3.2.1.1 Estimasi Komponen *Trend*-Siklus

Estimasi komponen *trend*-siklus pertama ($CT_t^{(1)}$) diperoleh dari penggunaan rata-rata bergerak 2 × 12 (MA 2 × 12) terhadap data perluasan ($O_t^{(1)}$). Secara matematis dituliskan sebagai berikut.

$$CT_t^{(1)} = MA_{2\times12}(O_t^{(1)}) \tag{3.5}$$

dengan $CT_t^{(1)}$: komponen *trend*-siklus pada iterasi pertama;

$O_t^{(1)}$: data perluasan.

3.3.2.1.2 Estimasi Komponen Musiman-*Irregular*

Estimasi Komponen Musiman-*Irregular* pertama ($SI_t^{(1)}$) diperoleh dari perhitungan rasio antara data perluasan ($O_t^{(1)}$) dengan data *trend*-siklus yang diperoleh dari persamaan (3.5). secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut.

$$SI_t^{(1)} = O_t^{(1)}/CT_t^{(1)} \tag{3.6}$$

dengan $SI_t^{(1)}$: komponen musiman-*irregular* pada iterasi pertama.

3.3.2.1.3 Estimasi Komponen Musiman 'Bias'

Komponen musiman diestimasi dengan menggunakan penghalusan (*smoothing)* pada komponen musiman-*irregular* satu bulan sekaligus. Misalkan pertama dilakukan penghalusan pada nilai yang berhubungan dengan bulan Januari kemudian nilai yang berhubungan dengan bulan Februari dan seterusnya.

Untuk mengestimasi komponen musiman awal ($S_t^{(0)}$) dari komponen musiman-*irregular* ($SI_t^{(1)}$) digunakan rata-rata bergerak 3 × 3 (MA 3 × 3) pada setiap bulan secara terpisah. Secara matematis dituliskan sebagai berikut.

$$S_t^{(0)} = MA_{3\times3}(SI_t^{(1)}) \tag{3.7}$$

dengan $S_t^{(0)}$: komponen musiman awal pada iterasi pertama.

Komponen musiman awal ($S_t^{(0)}$) disebut bias karena rata-rata tahunan tidak sama dengan 100% (tanda % sering tidak dituliskan). Pada model multiplikatif komponen musiman diukur dalam persentase dan rata-ratanya harus sama dengan

100. Kemudian komponen musiman awal ($S_t^{(0)}$) dibuat normal sedemikian sehingga untuk satu tahun observasi, rata-ratanya hampir mendekati 100. Untuk mencari nilai-nilai komponen musiman awal yang normal ($S_t^{(1)}$) digunakan rumus sebagai berikut.

$$S_t^{(1)} = \frac{(\text{Jumlah Bulan} \times 100)}{\sum S_t^{(0)}} \times S_t^{(0)} \tag{3.8}$$

dengan $S_t^{(1)}$: komponen musiman awal yang telah dinormalkan pada iterasi pertama.

Estimasi komponen *irregular* dengan membagi komponen musiman-*irregular* yang diperoleh dari persamaan (3.6) oleh komponen musiman yang telah dinormalkan. Secara matematis dituliskan sebagai berikut.

$$I_t^{(1)} = SI_t^{(1)}/S_t^{(1)} \tag{3.9}$$

dengan $I_t^{(1)}$: komponen *irregular* pada iterasi pertama.

Kemudian hitung standar deviasi (σ) pergerakan lima tahun dari estimasi komponen *irregular* dan uji komponen *irregular* di pusat tahun dari periode lima tahun terhadap S_u dengan menggunakan rumus (Monsell, 1984) sebagai berikut.

$$D_t = \frac{\left|I_t^{(1)} - u_1\right|}{\sigma} \tag{3.10}$$

dengan D_t : nilai dari komponen *irregular* ($I_t^{(1)}$) yang dibandingkan dengan nilai S_l dan Su;

u_1 : rata-rata dari komponen *irregular* ($I_t^{(1)}$);

S_u : batas atas untuk σ (pada umumnya S_u = 2,5).

Ketentuan perhitungan nilai deviasi standar pergerakan lima tahun (Dagum, 1999) sebagai berikut.

1. Untuk data dua tahun pertama, nilai standar deviasi yang digunakan adalah nilai standar deviasi yang diperoleh dari data tiga tahun pertama dari periode lima tahun.
2. Untuk data dua tahun terakhir, nilai standar deviasi yang digunakan adalah nilai standar deviasi yang diperoleh dari data tiga tahun terakhir dari periode lima tahun.
3. Untuk data pada pusat tahun dari pergerakan lima tahun, nilai standar deviasi yang digunakan adalah nilai standar deviasi yang diperoleh dari data keseluruhan (data lima tahun).

Hilangkan nilai D_t yang melebihi S_u dan hitung kembali standar deviasi pergerakan lima tahun. Berikan nilai bobot = 0 terhadap nilai D_t yang melebihi S_u dan bobot = 1 (bobot penuh) terhadap nilai D_t yang kurang dari S_l. Berikan bobot antara 0 dan 1 terhadap nilai D_t antara S_l dan S_u dengan menggunakan rumus (Monsell, 1984) sebagai berikut.

$$W_t = \frac{S_u - D_t}{S_u - S_l} \tag{3.11}$$

dengan W_t : nilai bobot yang diberikan ke $(I_t^{(1)})$;

S_l : batas bawah untuk σ (pada umumnya S_l = 1,5).

Nilai dari komponen musiman-*irregular* yang nilai *irregular*nya tidak diberi bobot penuh dipertimbangkan sebagai nilai ekstrim, nilai ekstrim tersebut harus diganti. Pergantian nilai ekstrim dilakukan pada setiap bulan secara terpisah (Monsell, 1984) dengan cara berikut.

1. Untuk nilai ekstrim yang terletak pada urutan pertama atau kedua dari setiap ujung suatu runtun, pergantian nilai ekstrim dilakukan dengan cara merata-

ratakan nilai ekstrim itu sendiri dengan nilai bobotnya dan empat nilai komponen musiman-*irregular* yang memiliki bobot penuh.

2. Untuk nilai ekstrim yang terletak di tengah urutan dalam suatu runtun, pergantian nilai ekstrim dilakukan dengan cara merata-ratakan nilai ekstrim itu sendiri dengan nilai bobotnya, dua nilai komponen musiman-*irregular* sebelum, dan dua nilai komponen musiman-*irregular* sesudah yang memiliki bobot penuh. Jika tidak terdapat paling sedikit dua nilai komponen musiman-*irregular* yang memiliki bobot penuh di sebelum atau sesudah nilai ekstrim tersebut, maka pergantian nilai ekstrim dilakukan dengan cara merata-ratakan nilai komponen musiman-*irregular* untuk bulan tersebut.

Estimasi kembali komponen musiman dengan menggunakan MA 3 × 3 pada komponen musiman-*irregular* yang telah diganti nilai ekstrimnya, untuk setiap bulan secara terpisah. Secara matematis dituliskan sebagai berikut.

$$S_t^{(2)} = MA_{3\times 3}(SI_t^{(2)}) \tag{3.12}$$

dengan $S_t^{(2)}$: komponen musiman pada iterasi pertama;

$SI_t^{(2)}$: komponen musiman-*irregular* yang telah diganti nilai ekstrimnya pada iterasi pertama.

3.3.2.1.4 Estimasi Komponen Musiman ‘Tidak Bias’ dengan Pemusatan

Setelah komponen musiman awal ($S_t^{(0)}$) dibuat normal sehingga rata-rata dari setiap periode 12-bulan hampir mendekati 100, setiap komponen musiman ($S_t^{(2)}$) dibagi oleh rata-rata bergerak 2 × 12 (MA 2 × 12) dari komponen musiman

$(S_t^{(2)})$ sehingga menghasilkan komponen musiman $(S_t^{(3)})$. Secara matematis dituliskan sebagai.

$$S_t^{(3)} = (S_t^{(2)})/MA_{2\times 12}(S_t^{(2)}) \tag{3.13}$$

dengan $S_t^{(3)}$: komponen musiman pada iterasi pertama.

3.3.2.1.5 Penyesuaian Musiman Awal

Estimasi data penyesuaian musiman pertama $(SA_t^{(1)})$ diperoleh dengan membagi data perluasan $(O_t^{(1)})$ oleh estimasi komponen $(S_t^{(3)})$. Secara matematis dituliskan sebagai berikut.

$$(SA_t^{(1)}) = (O_t^{(1)})/(S_t^{(3)}) \tag{3.14}$$

dengan $SA_t^{(1)}$: data penyesuaian musiman pertama pada iterasi pertama.

3.3.2.2 Estimasi Akhir dari Komponen Musiman dan Data Penyesuaian Musiman

3.3.2.2.1 Estimasi Komponen *Trend*-Siklus Henderson

Estimasi komponen *trend*-siklus kedua $(CT_t^{(2)})$ diperoleh dari penggunaan rata-rata bergerak Henderson 13-suku (H_{13}) pada data penyesuaian musiman $(SA_t^{(1)})$. Secara matematis dituliskan sebagai berikut.

$$CT_t^{(2)} = H_{13}(SA_t^{(1)}) \tag{3.15}$$

dengan $CT_t^{(2)}$: komponen *trend*-siklus pada iterasi kedua;

H_{13} : rata-rata bergerak Henderson 13-suku.

3.3.2.2.2 Estimasi Komponen Musiman-*Irregular*

Estimasi Komponen Musiman-*Irregular* akhir ($SI_t^{(3)}$) diperoleh dengan membagi data perluasan ($O_t^{(1)}$) oleh data *trend*-siklus pada persamaan (3.15). Secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut.

$$SI_t^{(3)} = O_t^{(1)} / CT_t^{(2)} \tag{3.16}$$

dengan $SI_t^{(3)}$: komponen musiman-*irregular* pada iterasi kedua.

3.3.2.2.3 Estimasi Komponen Musiman 'Bias'

Untuk mengestimasi komponen musiman ($S_t^{(4)}$) dari komponen musiman-*irregular* ($SI_t^{(3)}$) digunakan rata-rata bergerak 3 × 5 (MA 3 × 5) pada setiap bulan secara terpisah. Secara matematis dituliskan sebagai berikut.

$$S_t^{(4)} = MA_{3\times5}(SI_t^{(3)}) \tag{3.17}$$

dengan $S_t^{(4)}$: komponen musiman awal pada iterasi kedua.

Kemudian komponen musiman awal ($S_t^{(4)}$) dibuat normal sedemikian sehingga untuk satu tahun observasi, rata-ratanya hampir mendekati 100. Untuk mencari nilai-nilai komponen musiman awal yang normal ($S_t^{(5)}$) digunakan rumus sebagai berikut.

$$S_t^{(5)} = \frac{(\text{Jumlah Bulan} \times 100)}{\sum S_t^{(4)}} \times S_t^{(4)} \tag{3.18}$$

dengan $S_t^{(5)}$: komponen musiman awal yang telah dinormalkan pada iterasi kedua.

Estimasi komponen *irregular* dengan membagi komponen musiman-*irregular* yang diperoleh dari persamaan (3.16) oleh komponen musiman yang telah dinormalkan. Secara matematis dituliskan sebagai berikut.

$$I_t^{(2)} = SI_t^{(3)}/S_t^{(5)} \tag{3.19}$$

dengan $I_t^{(2)}$: komponen *irregular* pada iterasi kedua.

Kemudian hitung standar deviasi (σ) pergerakan lima tahun dari estimasi komponen *irregular* ($I_t^{(2)}$) dan uji komponen *irregular* ($I_t^{(2)}$) di pusat tahun dari periode lima tahun terhadap S_u dengan menggunakan rumus (Monsell, 1984) sebagai berikut.

$$D_t = \frac{\left|I_t^{(1)} - u_2\right|}{\sigma} \tag{3.20}$$

dengan D_t : nilai dari komponen *irregular* ($I_t^{(2)}$) yang dibandingkan dengan nilai S_l dan Su;

u_2 : rata-rata dari komponen *irregular* ($I_t^{(2)}$);

S_u : batas atas untuk σ (pada umumnya S_u = 2,5).

Hilangkan nilai D_t yang melebihi S_u dan hitung kembali standar deviasi pergerakan lima tahun. Berikan nilai bobot = 0 terhadap nilai D_t yang melebihi S_u dan bobot = 1 (bobot penuh) terhadap nilai D_t yang kurang dari S_l. Berikan bobot antara 0 dan 1 terhadap nilai D_t antara S_l dan S_u dengan menggunakan rumus pada persamaan (3.11).

Nilai dari komponen musiman-*irregular* yang nilai *irregular*nya tidak diberi bobot penuh dipertimbangkan sebagai nilai ekstrim, nilai ekstrim tersebut harus diganti. Pergantian nilai ekstrim dilakukan pada setiap bulan secara terpisah (Monsell, 1984) dengan cara berikut.

1. Untuk nilai ekstrim yang terletak pada urutan pertama atau kedua dari setiap ujung suatu runtun, pergantian nilai ekstrim dilakukan dengan cara merata-

ratakan nilai ekstrim itu sendiri dengan nilai bobotnya dan empat nilai komponen musiman-*irregular* yang memiliki bobot penuh.

2. Untuk nilai ekstrim yang terletak di tengah urutan dalam suatu runtun, pergantian nilai ekstrim dilakukan dengan cara merata-ratakan nilai ekstrim itu sendiri dengan nilai bobotnya, dua nilai komponen musiman-*irregular* sebelum, dan dua nilai komponen musiman-*irregular* sesudah yang memiliki bobot penuh. Jika tidak terdapat paling sedikit dua nilai komponen musiman-*irregular* yang memiliki bobot penuh di sebelum atau sesudah nilai ekstrim tersebut, maka pergantian nilai ekstrim dilakukan dengan cara merata-ratakan nilai komponen musiman-*irregular* untuk bulan tersebut.

Estimasi kembali komponen musiman dengan menggunakan MA 3 × 5 pada komponen musiman-*irregular* yang telah dimodifikasi, untuk setiap bulan secara terpisah. Secara matematis dituliskan sebagai berikut.

$$S_t^{(6)} = MA_{3\times5}(SI_t^{(4)}) \tag{3.21}$$

dengan $S_t^{(6)}$: komponen musiman pada iterasi kedua;

$SI_t^{(4)}$: komponen musiman-*irregular* yang telah dimodifikasi pada iterasi kedua.

3.3.2.2.4 Estimasi Komponen Musiman 'Tidak Bias'

Setelah komponen musiman awal ($S_t^{(4)}$) dibuat normal sehingga rata-rata dari setiap periode 12-bulan hampir mendekati 100, setiap komponen musiman ($S_t^{(6)}$) dibagi oleh rata-rata bergerak 2 × 12 (MA 2 × 12) dari komponen musiman

$(S_t^{(6)})$ sehingga menghasilkan komponen musiman akhir $(S_t^{(7)})$. Secara matematis dituliskan sebagai.

$$S_t^{(7)} = (S_t^{(6)})/MA_{2\times 12}(S_t^{(6)}) \tag{3.22}$$

dengan $S_t^{(7)}$: komponen musiman akhir pada iterasi kedua.

3.3.2.2.5 Penyesuaian Musiman Akhir

Estimasi data penyesuaian musiman pertama $(SA_t^{(2)})$ diperoleh dengan membagi data perluasan $(O_t^{(1)})$ oleh estimasi komponen $(S_t^{(7)})$. Secara matematis dituliskan sebagai berikut.

$$(SA_t^{(2)}) = (O_t^{(1)})/(S_t^{(7)}) \tag{3.23}$$

dengan $SA_t^{(2)}$: data penyesuaian musiman akhir pada iterasi kedua.

3.3.2.3 Estimasi Akhir dari Komponen *Trend*-Siklus dan *Irregular*

3.3.2.3.1 Estimasi Komponen *Trend*-Siklus Henderson

Estimasi komponen *trend*-siklus akhir $(CT_t^{(2)})$ diperoleh dari penggunaan rata-rata bergerak Henderson 9-suku dan 13-suku atau 23-suku pada data penyesuaian musiman $(SA_t^{(2)})$. Pemilihan rata-rata bergerak Henderson untuk mengestimasi komponen *trend*-siklus dibuat berdasarkan estimasi rasio $\bar{I}/\overline{CT}$. Rata-rata bergerak yang cocok untuk sembarang $\bar{I}/\overline{CT}$ dijelaskan pada Tabel 3.1 berikut.

Tabel 3.1
Pemilihan Rata-rata Bergerak Henderson
berdasarkan Estimasi Rasio $\bar{I}/\overline{CT}$

$\bar{I}/\overline{CT}$	Rata-rata bergerak yang Dipilih
0,00 – 0,99	Rata-rata Bergerak Henderson 9-suku
0,99 – 3,49	Rata-rata Bergerak Henderson 13-suku

≥ 3,50	Rata-rata Bergerak Henderson 23-suku

Sumber: Shiskin, 1967.

Secara matematis dituliskan sebagai berikut.

$$CT_t^{(3)} = H_n(SA_t^{(2)}) \qquad (3.24)$$

dengan $CT_t^{(2)}$: komponen *trend*-siklus pada iterasi terakhir;

H_n : rata-rata bergerak Henderson n-suku, dengan n = 9, 13, atau 23.

3.3.2.3.2 Estimasi Komponen *Irregular*

Estimasi Komponen *Irregular* akhir ($SA_t^{(3)}$) diperoleh dari rasio antara data penyesuaian musiman akhir yang diperoleh dari persamaan (3.21) dan estimasi *trend*-siklus akhir diperoleh dari persamaan (3.23). Secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut.

$$I_t^{(3)} = SA_t^{(2)}/CT_t^{(3)} \qquad (3.25)$$

dengan $I_t^{(3)}$: komponen *irregular* pada iterasi terakhir.

3.4 Pengujian

Tahap terakhir adalah pengujian data runtun waktu untuk menentukan apakah dekomposisi yang telah dilakukan berhasil atau tidak. Pengujian ini berdasarkan pertimbangan intuitif. Terdapat tiga jenis pengujian yang akan digunakan (Rama, 2009).

3.4.1 Uji Bulan yang Berdekatan

Menghitung rasio bulan tertentu terhadap nilai rata-rata dari bulan yang sebelum dan sesudahnya memberikan indikasi bagaimana bulan tertentu tersebut berbeda dari bulan yang sebelum dan sesudahnya.

Jika nilai rata-rata rasio dari data akhir yang telah disesuaikan menurut musim berada pada interval 95 – 105, maka proses penyesuaian musiman cukup berhasil mengilangkan variasi musiman.

3.4.2 Uji Januari

Membagi runtun data akhir yang telah disesuaikan menurut musim dengan nilai yang bersangkutan dari setiap bulan Januari yang sebelumnya menghasilkan himpunan nilai yang telah distandarkan dengan bulan Januari sebagai dasar. Jika pola yang tampak dalam rasio hanyalah komponen *trend*, maka ini menunjukkan bahwa komponen musiman telah dihilangkan secara efektif.

3.4.3 Uji Ekualitas

Uji ini membandingkan rata-rata bergerak 12-bulanan data yang telah disesuaikan dengan hari perdagangan dengan rata-rata bergerak 12-bulanan dari data yang telah disesuaikan menurut musim. Rasio antara dua rata-rata ini digunakan untuk mengetahui adanya penyesuaian yang berlebihan untuk komponen musiman yang mungkin terjadi.

Jika rasio < 90 atau > 110 ini menunjukkan bahwa penyesuaian musiman terlalu berlebihan dalam mengestimasi fluktuasi dalam data.

3.5 Peramalan

Untuk membuat peramalan pada beberapa bulan yang diinginkan diperoleh dari hasil kali faktor musiman yang diramalkan satu tahun ke depan dengan taksiran *trend*-siklus pada tahun sebelumnya.

$F_{\text{bulan tahun}}$ = ramalan musiman * *trend*-siklus

Pada bulan dan tahun yang akan ditentukan.

Untuk mendapatkan nilai ramalan musiman digunakan rumus berikut (Biro Pusat Statistik Israel, 2007).

$$S_{j,n_j+1} = S_{j,n_j} + (S_{j,n_j} - S_{j,n_j-1})/2 \tag{3.26}$$

dengan S_{j,n_j+1} : komponen ramalan musiman;

n_j : tahun terakhir untuk sembarang bulan j.

Data ramalan yang diperoleh di atas merupakan data yang disesuaikan terhadap hari perdagangan sehingga data tersebut harus dikembalikan kepada proses awal, yaitu dengan menggunakan rumus sebagai berikut.

$$X_t = Y_t \times \frac{D_j}{\bar{D}_j} \tag{3.27}$$

dengan X_t : data hasil penyesuaian ke-t;

Y_t : data ke-t sebelum penyesuaian;

D_j : jumlah hari perdagangan untuk bulan j;

$\bar{D}_j$: rata-rata jumlah hari perdagangan seluruh tahun untuk bulan j;