

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Penelitian

Standar kompetensi lulusan perguruan tinggi melalui Standar Nasional Perguruan Tinggi (SNPT) menetapkan capaian dalam domain pengetahuan meliputi aktivitas penalaran dalam proses pembelajaran untuk penguasaan konsep maupun teori secara mendalam dan sistematis (Kemendikbud, 2020). Selain itu, dalam standar proses SNPT juga dijelaskan bahwa pembelajaran harus bersifat interaktif, efektif, serta berpusat pada mahasiswa melalui kegiatan pemecahan masalah. Efektif diartikan sebagai proses internalisasi materi oleh mahasiswa secara baik dan benar menurut kaidah saintifik dan rasional. Lebih lanjut, lulusan perguruan tinggi dituntut untuk dapat menyelesaikan masalah dalam bidang keahliannya berdasarkan analisis informasi dan data serta menjamin kesahihan untuk mencapai kesimpulan, mampu menyusun ide, hasil pemikiran, dan argumen saintifik secara bertanggung jawab dan berdasarkan etika akademik, serta mengomunikasikannya dengan prosedur ilmiah. Aktivitas penalaran, pemecahan masalah, penguasaan konsep dan teori mendalam, serta komunikasi efektif mahasiswa tersebut dapat dicapai melalui beberapa macam kegiatan yang salah satunya adalah argumentasi.

Argumentasi memiliki makna yang luas dan berbeda-beda tergantung dari disiplin ilmu yang dikembangkan. Dalam bidang akademik, argumentasi diartikan sebagai kemampuan mengomunikasikan ide dan dukungan dari ide-ide yang diberikan, baik dalam bentuk tertulis maupun secara langsung. Komunikasi atas ide-ide tersebut didefinisikan lebih spesifik dalam bidang pendidikan matematika, misalnya dalam menyelesaikan suatu masalah matematis, diperlukan langkah dan metode penyelesaian yang sistematis, jelas, dan terstruktur serta memiliki alasan kuat atas apa yang sedang dikerjakan. Hal tersebut bersesuaian dengan pendapat Ayala dan Molina (2021) bahwa pengetahuan matematika dapat dianalisis melalui argumentasi lisan ataupun tulisan. Hal tersebut kemudian dieksplorasi lebih lanjut sehingga muncul istilah argumentasi matematis.

Argumentasi matematis didefinisikan dengan berbagai macam cara dan saling berelasi satu sama lainnya. Definisi yang telah dikembangkan oleh para akademisi memiliki kemiripan, yaitu menyampaikan ide dan meyakinkan orang lain bahwa ide tersebut rasional, baik dalam proses membangun kesimpulan, jaminan dan dukungan atas kesimpulan dengan berbagai macam bukti maupun penalaran. Hal tersebut sesuai dengan definisi dari *Encyclopedia of Mathematics Education* yang diungkapkan oleh Sriraman dan Umland (2020) bahwa argumentasi dalam matematika merupakan proses berargumen yang bertujuan untuk menarik kesimpulan berdasarkan rantai penalaran yang dibuat seseorang berdasarkan ilmu matematika yang telah dimiliki. Sriraman dan Umland (2020) juga menambahkan bahwa argumentasi ini dapat digunakan untuk melihat sejauh mana penalaran seseorang dalam rangka menunjukkan dan menjelaskan proses penyelesaian masalah. Definisi lain argumentasi matematis diberikan oleh Staples dan Conner (2022) yang menyatakan bahwa argumentasi matematis berarti rangkaian proses dalam membuat klaim matematis dan memberikan bukti untuk mendukungnya. Dalam membangun argumen matematis, seseorang dapat menggunakan definisi, teorema, maupun hasil yang telah diketahui kebenarannya untuk mengembangkan dan memverifikasi kebenaran suatu masalah matematis (Fukawa-Connelly & Silverman, 2015). NCTM (2000) menjelaskan bahwa kemampuan berargumentasi matematis berkaitan dengan penalaran seseorang yang meliputi penjelasan, proses, *counter claims*, memeriksa kevalidan argumen, bukti, serta mengkontruksi bukti langsung ataupun tak langsung. Karena sifat argumentasi ini berkaitan erat dengan pembelajaran matematika, maka argumentasi matematis menjadi salah satu hal yang harus dicapai dalam proses pembelajaran. Sebagaimana yang diungkapkan oleh NCTM (2000) bahwa tujuan dalam pembelajaran matematika meliputi: (1) *problem-solving*, (2) argumentasi dan penalaran, (3) komunikasi, (4) koneksi, dan (5) representasi.

Tujuan belajar matematika yang telah dijelaskan di atas juga berkaitan dengan tujuan belajar mahasiswa yang dijelaskan *The Committee on the Undergraduate Program in Mathematics* (CUPM) yaitu mengembangkan kemampuan berpikir matematis dan komunikasi efektif mahasiswa (Schumacher & Siegel, 2015). Tujuan kognitif tersebut dapat dicapai apabila mahasiswa dibiasakan

untuk melakukan aktivitas-aktivitas matematis seperti menyatakan permasalahan matematis dengan cermat, memperjelas asumsi, memahami kegunaan definisi konsep matematis dengan tepat serta melakukan penalaran logis untuk menghasilkan suatu kesimpulan. Hal itu dapat tercapai apabila mahasiswa dapat mengomunikasikan hasil pemikirannya dengan baik dan memiliki landasan yang kuat melalui argumen matematis.

Dalam kegiatan mengomunikasikan ide matematis dan memberi jaminan/bukti bahwa ide tersebut rasional, diperlukan suatu skema untuk mengidentifikasi keabsahannya. Salah satu skema argumentasi yang banyak digunakan oleh peneliti adalah skema yang direkomendasikan oleh Toulmin. Toulmin (1958) merekomendasikan analisis struktur argumentasi meliputi: klaim/*claim* (C), data (D), jaminan/*warrant* (W), pendukung/*backing* (B), *qualifier* (Q), dan sanggahan/*rebuttal* (R). *Warrants* dalam struktur argumentasi matematis digunakan sebagai pengetahuan matematika, verifikasi, validasi, interpretasi, pola dan metode, perhitungan, visualisasi, pengetahuan matematika yang nonformal, dan atau informasi yang diberikan dalam menuju klaim (Conner dalam Dede, 2019). Untuk membangun argumentasi yang valid, seseorang harus bisa menjelaskan *warrant(s)* dan *backing* yang diargumennkannya, hal tersebut kemudian dikenal dengan istilah justifikasi.

Justifikasi dalam proses berargumen ini harus diselidiki untuk meminimalisir berpikir *pseudo* (berpikir semu), yaitu dalam aktivitas argumentasi hasil yang diberikan dari suatu rangkaian penyelesaian masalah bukan merupakan keluaran dari aktivitas mental yang sebenarnya. Justifikasi sendiri diartikan sebagai pemberian respon dan alasan yang cukup (Kilpatrick dkk., 2001) atau proses memberi dukungan atas klaim matematis saat menyelesaikan masalah dan menjelaskan mengapa klaim tersebut masuk akal (M. Staples & Conner, 2022). Justifikasi ini dapat digunakan sebagai aktivitas seseorang dalam membenarkan proses dari klaim hingga konklusinya (NGA & CCSS, 2010). Hasil penelitian Knuth (dalam Staples dkk., 2012) menemukan bahwa terdapat beberapa fungsi justifikasi dalam proses pembelajaran, diantaranya peningkatan kemampuan berpikir logis, menggambarkan pikiran siswa dan penjelasan mengapa sebuah pernyataan bernilai benar. Hal ini juga sejalan dengan pendapat Eko dkk. (2018)

bahwa dengan belajar menjustifikasi, menjelaskan mengapa hal-hal tertentu benar, dapat membantu mengasah keterampilan penalaran serta meningkatkan *conceptual understanding* karena dapat memberikan rangkaian alasan logis dan masuk akal dalam proses berpikirnya. Argumentasi dan justifikasi matematis seseorang dapat dilihat dari caranya menyusun skema argumen matematis serta menjelaskan dan menjustifikasi atas segala argumen yang dikemukakannya. Hal tersebut dapat diselidiki melalui proses pembuktian dalam masalah matematis seperti yang diungkapkan Fukawa-Connelly dan Silverman (2015) bahwa validasi pembuktian matematis dapat dilakukan menggunakan argumentasi.

Argumentasi dan bukti adalah dua hal yang tidak terpisahkan. Sebagaimana Aberdein dan Dove (2013) menyatakan bahwa bukti terbagi menjadi dua bagian, yaitu bukti formal dan bukti informal. Argumentasi sendiri termasuk pada bukti informal. Argumentasi dihitung sebagai bukti apabila memenuhi kriteria pernyataan yang valid, penalaran dan representasi yang benar yang sesuai dengan konsep yang ada (Gutiérrez dkk., 2016). Sejalan dengan pendapat Toulmin, studi yang berfokus pada argumentasi sebenarnya merupakan protes terhadap bukti logika formal yang merupakan kumpulan bukti berupa simbol yang terstruktur. Argumentasi merupakan pendekatan informal pada bukti matematis. Walaupun bukti informal ini masih tidak terlepas dari logika formal, teori yang diajukan Toulmin dapat mempengaruhi pandangan ahli untuk turut mengkritik kekakuan pada bukti matematis (Stylianides, 2007), khususnya yang digunakan dalam pembelajaran matematika (Meyer & Schnell, 2020). Bukti seharusnya ditempatkan sebagai proses dan aktivitas manusia yang setiap prosesnya harus dapat dijelaskan dan dijustifikasi melalui beberapa tahapan yang terkonsep dalam argumentasi. Aktivitas pembuktian memiliki tujuan membantu mengembangkan berpikir logis, kebiasaan memberi argumen, dan menjadikan kegiatan eksplorasi dalam pemecahan masalah sehingga dapat meningkatkan pemahaman konsep matematis. Kemampuan dalam menggunakan metode-metode pembuktian, aksioma, definisi, lemma, dan teorema untuk menunjukkan kebenaran suatu pernyataan dalam matematika merupakan bagian dari proses konstruksi bukti (Selden & Selden, 2003). Sementara, membuktikan suatu masalah matematis merupakan salah satu tujuan utama dalam studi matematika lanjut di universitas (Weber, 2001), termasuk

pada jurusan atau program studi pendidikan matematika yang berorientasi menghasilkan guru matematika.

Seorang guru matematika harus dapat berargumentasi untuk dapat menjelaskan materi matematika kepada siswa. Selain itu, guru matematika juga dituntut dapat memfasilitasi siswa untuk berargumentasi secara matematis melalui lisan ataupun tulisan agar dapat diketahui tingkat pemahaman konsep yang diterimanya. Hal ini sejalan dengan pendapat Ayalon dan Hershkowitz (2018); Erkek dan Bostan (2019); Hidayat dkk. (2018); Kazemi dkk. (2021); Kwon dkk. (2015) bahwa isu kemampuan argumentasi calon guru matematika adalah isu penting yang harus segera ditindaklanjuti karena mereka suatu saat akan memfasilitasi siswa dan menggunakan kemampuan argumentasinya dalam pembelajaran matematika di kelas. Gagasan tersebut juga tak terlepas dari tujuan pembelajaran matematika yang dinyatakan oleh Kemendikbud (2016), yaitu memiliki kemampuan mengomunikasikan gagasan matematika dengan jelas dan efektif serta dapat memecahkan masalah matematis dan berargumentasi secara rasional atas ide yang dikemukakan maupun memeriksa kesahihan suatu argumen matematis. Oleh karena itu, perlu diketahui sejauh mana kemampuan mahasiswa calon guru matematika dalam berargumentasi secara tulisan maupun lisan. Berargumentasi secara matematis dapat dipengaruhi oleh kemampuan penalaran dan komunikasi serta *content knowledge* yang dimiliki oleh seorang guru (Eryurt, 2020), sehingga jika kemampuan tersebut baik maka akan menghasilkan argumentasi matematis yang baik pula (Zhou dkk., 2021). Namun kenyataannya mahasiswa calon guru matematika secara umum belum mencapai hasil yang baik dalam kemampuan penalaran khususnya argumentasi.

Kemampuan argumentasi matematis yang belum mencapai hasil yang baik tersebut ditemukan oleh beberapa peneliti, di antaranya Hamdani dan Subarinah (2020), yang menyimpulkan bahwa dalam mengkontruksi bukti, mahasiswa masih berhadapan dengan kesulitan bahkan hampir ditemukan pada semua mata kuliah yang menuntut penalaran pembuktian dan argumentasi. Menurut Hamdani dan Subarinah mahasiswa belum memiliki pemahaman integrasi antar konsep dengan melibatkan aksioma, definisi, lemma, maupun teorema yang dapat membangun pengetahuan baru. Hal serupa juga diungkapkan oleh Kwon dkk. (2015), bahwa

mahasiswa masih belum berhasil dalam menghubungkan struktur argumentasi satu sama lain untuk menghasilkan klaim akhir masalah matematis tentang turunan parsial. Selain itu, Sadieda (2019) mendapatkan kesimpulan bahwa dalam empat periode semester, mahasiswa yang mampu memahami konsep dengan baik hanya 27% saja. Hal tersebut dikarenakan mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam menalar dan mengontruksi bukti pada mata kuliah struktur aljabar. Sadieda berpendapat bahwa hal tersebut berdampak pada kurangnya penalaran mahasiswa khususnya dalam pengajuan argumentasi. Selain kemampuan argumentasi, ternyata kemampuan mahasiswa calon guru matematika dalam menjustifikasi argumen juga masih perlu diperhatikan. Beberapa penelitian mengemukakan bahwa mahasiswa calon guru matematika dapat menjawab soal dengan benar namun justifikasi yang diberikan belum jelas maupun benar (Dündar & Gündüz, 2017; Rott, 2021; Wawro dkk., 2019; Weber dkk., 2020). Berikut adalah beberapa contoh hasil pembuktian mahasiswa calon guru matematika dalam menyelidiki pernyataan “jika p^2 adalah bilangan kelipatan 4, maka p bilangan kelipatan 4” (Gambar 1.1) dan $\forall n \in \mathbb{Z}$ berlaku $n^3 - n^2$ genap (Gambar 1.2).

2. Misalkan: $m = p^2$ bilangan kelipatan 4
 $n = p$ bilangan kelipatan 4

Pernyataan diatas dapat ditulis sebagai
 $m \Rightarrow n$. Dengan pembuktian "Kontraposisi",
 kita akan buktikan bahwa $n \Rightarrow m$

Misalkan: $p = 4k+1$
 $p^2 = (4k+1)^2$
 $= 16k^2 + 8k + 1$

Terbukti bahwa, jika p bukan bil. kelipatan 4, maka p^2 bukan bilangan kelipatan 4 atau jika p^2 bilangan kelipatan 4 maka p bilangan kelipatan 4.

Gambar 1.1
 Contoh Pembuktian Mahasiswa 1
 (Aini & Rofiki, 2021)

1) misalkan $n = 2k, k \in \mathbb{Z}$
 maka $n^3 - n^2$ dapat ditulis menjadi $(2k)^3 - (2k)^2$
 $= 8k^3 - 4k^2$
 $= 2(4k^3 - 2k^2) = 2k$ dimana $k = 4k^3 - 2k^2$
 sehingga terbukti bahwa $n^3 - n^2$ bil. genap untuk $n \in \mathbb{Z}$

Gambar 1.2
 Contoh Pembuktian Mahasiswa 2 (Aini & Rofiki, 2021)

Gambar 1.1 menunjukkan bahwa mahasiswa mencoba bernalar dan memutuskan untuk membuktikan dengan metode kontrapositif, namun dalam

membuat negasi pernyataan " p kelipatan 4" mereka belum bisa membuat semua kemungkinan yang ada, perlu diketahui argumentasi dan justifikasi atas hal tersebut. Kondisi di atas mengindikasikan bahwa mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam mengonstruksi bukti. Berdasarkan Gambar 2, dapat disimpulkan bahwa mahasiswa mencoba membuktikan dengan cara bukti langsung, namun klaim mereka belum sepenuhnya benar, hanya membuktikan untuk $n = 2k$, lagipula perlu dicari alasan mengapa mahasiswa memisalkan n dengan $2k$. Hasil capaian argumentasi tersebut mengindikasikan bahwa mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam mengonstruksi bukti, sehingga dapat dikatakan bahwa mereka belum mampu berargumentasi dengan baik maupun menjustifikasi klaim-klaim yang telah diberikan. Selain itu, mahasiswa kurang tepat dalam membuat klaim, kurang bisa memberikan *rebuttal*, dan kurang bisa memberikan *warrant* deduktif (Aini & Rofiki, 2021).

Kemampuan mengonstruksi bukti, berargumentasi, dan menjustifikasi yang diberikan mahasiswa tentunya tidak terlepas dari keyakinan dirinya dalam menghadapi masalah matematis. Keyakinan seseorang akan kemampuannya untuk mengatur dan melaksanakan serangkaian tindakan yang diperlukan untuk menyelesaikan suatu tugas tertentu disebut *self-efficacy* (Bandura, 1997). Menurut Herizal (2021), *self-efficacy* adalah salah satu komponen utama yang diperlukan untuk tercapainya suatu usaha pembuktian matematis mahasiswa. Selain itu, untuk mendukung penalaran mahasiswa dalam pembuktian matematis, keyakinan atas penalarannya itu juga berperan penting agar tercapai masalah yang ingin diselesaikan. Beberapa penelitian telah menunjukkan bahwa *self-efficacy* matematis berpengaruh terhadap kemampuan seseorang, khususnya dalam penalaran matematis (Haerunnisa & Imami, 2022; Santosa & Bahri, 2022; Umaroh dkk., 2020). Keyakinan diri sangat memengaruhi hasil dari konstruksi bukti matematis mahasiswa dan tidak jarang ditemui bahwa seseorang masih belum yakin dengan kemampuannya dalam mengonstruksi bukti matematis (Viholainen dkk., 2019). Oleh karena itu, mengukur efikasi diri mahasiswa dalam pembuktian matematis dinilai penting karna mengonstruksi bukti dianggap sebagai praktik memahami konsep matematika dan bagaimana pengetahuan matematis dibangun. Berdasarkan uraian tersebut, perlu dikaji secara mendalam bagaimana deskripsi

argumen dan justifikasi matematis mahasiswa calon guru matematika dalam membuktikan masalah matematis berdasarkan *self-efficacy* yang dimilikinya agar diketahui langkah apa yang perlu diambil untuk memperbaiki, meningkatkan, maupun mempertahankan hasil yang didapat nantinya.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang diuraikan pada bagian sebelumnya, berikut adalah beberapa masalah yang dapat dirumuskan secara spesifik.

1. Bagaimana gambaran tingkatan *self-efficacy* mahasiswa calon guru matematika?
2. Bagaimana struktur argumentasi serta level justifikasi mahasiswa calon guru matematika dalam membuktikan masalah matematis berdasarkan tingkatan *self-efficacy* (tinggi, sedang, dan rendah)?
3. Apa saja kesulitan yang dihadapi mahasiswa calon guru matematika dalam pembuktian matematis berdasarkan tingkatan *self-efficacy* (tinggi, sedang, dan rendah)?

1.3. Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui gambaran tingkatan *self-efficacy* yang dimiliki mahasiswa calon guru matematika, mengetahui struktur argumentasi serta level justifikasi mahasiswa dalam membuktikan masalah matematis berdasarkan tingkatan *self-efficacy* (tinggi, sedang, dan rendah) dan mengungkapkan kesulitan yang dihadapi mahasiswa saat menyelesaikan masalah berkaitan dengan pembuktian matematis berdasarkan tingkatan *self-efficacy* (tinggi, sedang, dan rendah).

1.4. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberi wawasan baru mengenai gambaran tingkatan *self-efficacy* yang dimiliki mahasiswa calon guru matematika, argumentasi dan justifikasi mahasiswa dalam pembuktian matematis dan kesulitan yang dialami dalam membuktikan pernyataan matematis sehingga dapat menjadi bahan pertimbangan maupun rujukan bagi penelitian serupa lanjutan. Bagi mahasiswa, penelitian ini dapat digunakan untuk melihat kemampuannya dalam berargumentasi dan level kemampuannya dalam menjustifikasi sehingga menjadi

bahan refleksi bagi mereka. Selain itu, dosen juga diharapkan dapat menjadikan hasil penelitian sebagai bahan pertimbangan untuk meningkatkan/mempertahankan metode pembelajaran dalam perkuliahan yang dapat melatih argumentasi mahasiswa dalam membuktikan pernyataan matematis.