

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini membahas metodologi yang digunakan untuk menyelesaikan masalah Optimasi Portofolio dengan kendala kardinalitas yang diawali dengan pendeskripsian masalah, tahapan penelitian, pembangunan model optimisasi, serta penyelesaian menggunakan algoritma *Artificial Bee Colony* (ABC).

3.1 Deskripsi Masalah

Penelitian ini membahas Optimasi Portofolio Saham dengan kendala kardinalitas. Optimasi portofolio berkaitan dengan masalah bagaimana menentukan proporsi aset yang ingin diinvestasikan pada saham tertentu diantara sejumlah aset dengan meminimumkan resiko untuk tingkat *return* yang ditetapkan. Dalam praktiknya, investor tertarik pada pembatasan jumlah aset yang masuk dalam portofolio yang disebut sebagai kendala kardinalitas. Pembatasan jumlah aset yang masuk dalam portofolio dapat mengurangi biaya transaksi dan mempermudah pemantuan setiap aset. Untuk menyelesaikan kasus tersebut pada penelitian ini dilakukan perhitungan menggunakan algoritma *Artificial Bee Colony* (ABC).

3.2 Studi Pustaka

Studi Pustaka dalam penelitian ini dengan cara mempelajari teori-teori yang berkaitan dengan mengenai masalah penelitian, model optimasi portofolio dengan kendala kardinalitas dan algoritma *Artificial Bee Colony* (ABC) dari jurnal dan buku.

3.3 Tahapan Penelitian

Penelitian ini dilakukan dalam tahapan sebagai berikut:

1. Pengumpulan Data

Pada tahap ini, peneliti terlebih dahulu mengumpulkan data yang diperoleh dari indeks IDX30 yang mana merupakan 30 saham yang aktif diperdagangkan di Bursa Efek Indonesia.

2. Pembangunan Model Optimasi

Razka Divaniza Mukti, 2023

Optimasi Portofolio Saham dengan Kendala Kardinalitas Menggunakan Algoritma Artificial Bee Colony

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Model permasalahan akan dibangun dengan menentukan variabel keputusan, membentuk fungsi tujuan, dan menetapkan kendala-kendala dari model optimasi portofolio dengan kendala kardinalitas.

3. Penyelesaian Model Optimasi

Penyelesaian model akan dilakukan dengan bantuan algoritma *Artificial Bee Colony* (ABC) dengan menentukan proporsi bobot tiap calon saham yang ada pada pembentukan portofolio.

4. Validasi

Validasi dilakukan dengan menggunakan fungsi *benchmark*, untuk mengukur seberapa baik kualitas dan keefektifan metode yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi.

5. Implementasi

Pada tahap ini, data yang telah dikumpulkan akan dirumuskan pada model optimasi untuk diimplementasikan menggunakan algoritma *Artificial Bee Colony* (ABC).

6. Analisa Sensitivitas

Analisa sensitivitas dilakukan untuk mengukur sejauh mana perubahan dalam satu faktor akan mempengaruhi hasil atau keluaran dari model.

7. Penarikan Kesimpulan

Penarikan kesimpulan merupakan tahap akhir penelitian yang berisi jawaban dari masalah yang telah dirumuskan sebelumnya.

3.4 Model Portofolio Markowitz

Dalam penelitian ini, model optimasi yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi portofolio adalah model *mean-variance* yang pertama kali dikembangkan oleh Harry Markowitz. Model ini didasarkan pada pendekatan *mean* dan *variance*. Pada dasarnya teori ini digunakan untuk menentukan komposisi aset portofolio yang dapat meminimalkan risiko untuk mencapai tingkat pengembalian yang sesuai dengan *return* harapan yang telah ditentukan sebelumnya. Risiko dinyatakan sebagai ukuran perbedaan hasil return yang diperoleh dengan return yang diharapkan.

Masalah pemilihan portofolio secara optimal di antara n aset yang dirumuskan oleh Markowitz pada tahun 1952 dipandang sebagai masalah minimalisasi kuadrat terbatas. Dalam pelaksanaannya, perhitungan portofolio optimal menggunakan histori *return* saham dari sejumlah m periode waktu untuk setiap grup dari n aset (seperti saham, obligasi, dll). Dalam mencari return saham tanpa melibatkan dividen, diberikan rumus sebagai berikut.

$$R_{ij} = \frac{p_{ij} - p_{ij-1}}{p_{ij-1}} \quad (3.1)$$

dengan R_{ij} merupakan nilai *return* saham i pada waktu j dan p_{ij} merupakan *closing prices* saham ke i pada waktu j . Secara umum, rata-rata *return* (*return* harapan individu) untuk setiap saham i dapat dihitung menggunakan rumus sebagai berikut:

$$E(R_i) = \frac{\sum_{j=1}^m R_{ij}}{m} \quad (3.2)$$

di mana R_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$) menunjukkan return pada saham i di periode ke- j .

Apabila investasi akan dibagi ke dalam n saham dan x_i melambangkan bobot investasi dari masing-masing saham agar memenuhi *return* dari portofolio yang diharapkan, maka harus memenuhi persamaan sebagai berikut:

$$S = \sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (3.3)$$

Maka diperoleh *return* harapan:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n E(R_i)x_i \quad (3.4)$$

Risiko portofolio ditentukan dari varian dan kovarian yang dapat dihitung dari *history return* R_{ij} (*return* saham ke- i pada waktu ke- j). Varian dari saham ke- i dapat dihitung menggunakan rumus sebagai berikut:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (R_i - E(R_i))^2}{m} \quad (3.5)$$

Sedangkan kovarian dari saham ke- i dan k dapat dihitung menggunakan rumus sebagai berikut

$$\sigma_{ik} = \frac{\sum_{i=1}^m (R_{ij} - E(R_i))(R_{kj} - E(R_j))}{m} \quad (3.6)$$

Kovarian merupakan suatu aturan absolut yang menunjukkan sejauh mana kedua variabel tersebut mempunyai kecenderungan untuk bergerak bersama-sama. Dalam manajemen portofolio, kovarian menunjukkan sejauh mana *return* dari kedua sekuritas dalam portofolio cenderung bergerak bersama. Kovarian dapat bernilai negatif, positif dan nol. Nilai kovarian positif menyatakan bahwa kecenderungan dua sekuritas untuk bergerak menuju arah yang sama, nilai kovarian negatif menyatakan bahwa *return* kedua sekuritas cenderung bergerak menuju arah kebalikan, sedangkan nilai kovarian nol menunjukkan bahwa pergerakan dua buah sekuritas bersifat independen satu sama lain

Berdasarkan persamaan varian dan kovarian pada (3.5) dan (3.6) yang diberikan bobot investasi untuk masing-masing saham sebesar x_1, \dots, x_n , maka rumus untuk menyatakan risiko suatu portofolio dapat dituliskan sebagai berikut:

$$V = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \quad (3.7)$$

Persamaan fungsi *return* harapan dan risiko dari suatu portofolio yang dirumuskan pada persamaan (3.4) dan (3.7) di atas dapat dituliskan dalam notasi matriks. Persamaan fungsi (3.4) dapat ditulis sebagai,

$$E(R_p) = xE(R_i)^T \quad (3.8)$$

Dengan $E(R_i)$ merupakan notasi dari vektor return harapan individu ($E(R_1), E(R_2), \dots, E(R_n)$) dan x merupakan vektor dari bobot investasi (x_1, x_2, \dots, x_n), sehingga dapat dituliskan fungsi risiko pada persamaan (3.7) dalam bentuk vektor sebagai berikut:

$$V = x^T Q x \quad (3.9)$$

Q merupakan matriks varian kovarian,

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \sigma_{ij} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \dots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Persamaan (3.5) dapat dinotasikan sebagai berikut:

$$\sigma_{ii} = \sigma_i^2 \quad (3.11)$$

Persamaan (3.3) dapat dituliskan dalam notasi vektor sebagai berikut,

$$x e^T = 1 \quad (3.12)$$

dengan

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n] \text{ dan } e = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1].$$

Perhatian utama dalam memilih portofolio adalah meminimalkan risiko sekecil mungkin. Apabila seorang investor ingin menginvestasikan dana ke n saham, maka harus mencari nilai x_1, x_2, \dots, x_n dengan meminimalkan fungsi pada persamaan (3.9) dan kendala pada persamaan (3.12), maka masalah optimalisasi portofolio dapat ditulis sebagai berikut:

Meminimumkan

$$V = x^T Q x$$

Dengan kendala

$$x e^T = 1$$

Secara umum, investor memilih portofolio optimal yang memberikan *return* besar dan risiko yang terkecil. Untuk menyelesaikan masalah tersebut, maka diberikan tambahan kendala berupa *return* harapan yang ditentukan oleh investor. Berdasarkan teori tersebut, model portofolio Markowitz dirumuskan sebagai berikut:

Meminimumkan:

$$V = x^T Q x \quad (3.13)$$

Dengan kendala:

$$E(R_p) = x E(R_i)^T \quad (3.14)$$

$$x e^T = 1, \quad 0 \leq x_i \leq 1 \quad (3.15)$$

3.5 Model Optimalisasi

Kendala kardinalitas merupakan kendala yang digunakan untuk memilih K saham dari n saham yang ada untuk dimasukkan ke dalam portofolio sehingga diperoleh return sebesar $E(R_p)$ dengan risiko sekecil mungkin.

Untuk kepentingan pemodelan terlebih dahulu akan didefinisikan parameter dan variabel keputusan merujuk pada model *mean-variance* :

1. Parameter

p : faktor *penalty*

K : batas maksimal saham pada portofolio (kardinalitas)

ε_i : batas bawah proposi bobot saham

δ_i : batas atas proporsi bobot saham

2. Variabel Keputusan

x_i : bobot untuk masing-masing saham

z_i : asset saham

Persamaan (3.13) dan (3.14) di atas akan digunakan sebagai fungsi objektif dengan tujuan untuk memaksimalkan rasio return terhadap risiko portofolio, sambil mempertimbangkan p sebagai faktor *penalty* untuk mendistribusikan bobot yang tidak merata. Dengan kendala K sebagai jumlah aset yang diinginkan dalam portofolio atau kardinalitas, ε_i merupakan proporsi minimal dana dari portofolio yang dialokasikan pada aset i ($i = 1, 2, \dots, n$) jika aset i masuk ke dalam portofolio. Dan δ_i merupakan maksimum proporsi dana yang dialokasikan pada aset i ($i = 1, 2, \dots, n$) jika aset i masuk ke dalam portofolio, dimana $0 \leq \varepsilon_i \leq \delta_i \leq 1$ ($i = 1, 2, \dots, n$). Kemudian z_i yaitu aset saham akan dimasukkan pada portofolio dengan variabel biner, 1 jika saham terpilih pada portofolio dan 0 jika saham tidak terpilih.

$$z_i = \begin{cases} 1, & \text{jika } z_i \in K \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Dengan K merupakan jumlah saham yang diinginkan untuk dimasukkan ke dalam portofolio.

Sehingga model optimalisasi portofolio dengan kendala kardinalitas dirumuskan sebagai berikut,

Memaksimumkan:

$$\frac{\sum_{i=1}^n E(R_i) x_i}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \sigma_{ij} x_j} - p \sum_{i=1}^n \left| x_i - \frac{1}{n} \right| \quad (3.16)$$

Dengan kendala:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (3.17)$$

$$\sum_{i=1}^n z_i = K \quad (3.18)$$

$$(\varepsilon_i \times z_i) \leq x_i \leq (\delta_i \times z_i), \quad i = 1, \dots, n \quad (3.19)$$

$$z_i \in \{0,1\}, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.20)$$

3.6 Penyelesaian Model Optimasi dengan Algoritma *Artificial Bee Colony*

Masalah optimisasi portofolio akan diselesaikan dengan algoritma ABC. Berikut adalah detail implementasi dari algoritma ABC untuk optimasi portofolio dengan contoh kasusnya. Data lima sampel saham yang digunakan terdapat pada Tabel 3.1 berikut.

Tabel 3. 1 Data Enam Sampel Saham

ADRO	ANTM	ASII	BBCA	BBNI	BBRI
974	614	6340	3792	6671	2580
979	646	6536	3725	6865	2645
1014	605	6418	3819	7037	2653
1040	605	6692	3788	7080	2701
1085	609	6242	3670	6973	2588

Kemudian akan dicari terlebih dahulu nilai *return*, *return* rata-rata dan matriks kovarians dari tiap saham sehingga diperoleh hasil sebahai berikut

Tabel 3. 2 *Return* Enam Sampel Saham

Return					
ADRO	ANTM	ASII	BBCA	BBNI	BBRI
0,005133	0,052117	0,0471	-0,01767	0,029081	0.025194
0,035751	-0,05882	-0,01805	0,025235	0,025055	0.003025
0,025641	-0,00493	0,042692	-0,00812	0,006111	0.018093
0,043269	0,006612	-0,06605	-0,03115	-0,01511	-0.04184

Tabel 3. 3 *Return Rata-Rata Enam Sampel Saham*

Return Rata-Rata	
ADRO	0,027449
ANTM	-0,00126
ASII	0,001422
BBCA	-0,00793
BBNI	0,011283
BBRI	0.001119

Tabel 3. 4 *Matriks Varian Kovarian Enam Sampel Saham*

Matriks Kovarians						
	ADRO	ANTM	ASII	BBCA	BBNI	BBRI
ADRO	0,00027	-0,00038	-0,00058	0,00003	-0,00017	-0.00031
ANTM	-0,00038	0,00208	0,00096	-0,00087	-0,00001	0.00026
ASII	-0,00058	0,00096	0,00291	0,00016	0,00070	0.00155
BBCA	0,00003	-0,00087	0,00016	0,00058	0,00030	0.00027
BBNI	-0,00017	-0,00001	0,00070	0,00030	0,00041	0.0005
BBRI	-0.00031	0.00026	0.00155	0.00027	0.0005	-0.00031
						0.000905

Selanjutnya adalah memulai tahapan Algoritma ABC sebagai berikut.

1. Tahap Inisialisasi

Pada tahapan ini, akan diawali penentuan beberapa parameter untuk menjalankan algoritma sebagai berikut.

IN	= 1000	(Maksimum Iterasi)
SN	= 4	(Jumlah Portofolio/Populasi Lebah)
K	= 4	(Jumlah saham yang dipilih)
ε_i	= 0,01	(Batas Bawah Proporsi)
δ_i	= 1	(Batas Atas Proporsi)

Akan diinisialisasi 4 buah portofolio dengan masing-masing 4 buah saham di dalamnya yang jenis sahamnya akan ditentukan setelah proporsi saham portofolio memenuhi kendala. Berdasarkan persamaan (2.1) diperoleh hasil inisialisai pada iterasi pertama pada Tabel 3.5

Tabel 3. 5 Hasil Inisialisasi Awal Proporsi Saham

Portofolio	Saham 1	Saham 2	Saham 3	Saham 4
x_1	0,18894	0,26283	0,03033	0,92444
x_2	0,79672	0,58163	0,445636	0,265039
x_3	0,67450	0,71807	0,64565	0,42486
x_4	0,79119	0,85374	0,51059	0,86808

Berdasarkan hasil inisialisasi, dilakukan penyesuaian terlebih dahulu agar proporsi saham memenuhi kendala model, yaitu nilai proporsi berada di antara 0,01 dan 1, serta jumlah proporsi portofolio adalah 1. Untuk memenuhi kendala tersebut, digunakan Langkah sebagai berikut (Chen,2015):

1. Dilustrasikan untuk x_1 , jumlahkan proporsi saham pada portofolio, dinotasikan dengan $L = \sum_{i=1}^K x_{1,i} = 1,40654$
2. Hitung proporsi bebas, dinotasikan dengan $F = 1 - (K \times \varepsilon) = 1 - (4 \times 0,01) = 0,96$
3. Hitung proposi saham keseluruhan baru agar bernilai 1, dengan persamaan $x_{1,i} = \varepsilon + x_{1,i} \times \left(\frac{F}{L}\right)$. Sebagai ilustrasi, akan dihitung saham1 dari protofolio x_1 , dengan proporsi saham1 baru yaitu

$$x_{1,1} = 0,01 + 0,18894 \times \left(\frac{0,96}{1,40654}\right) = 0,13895$$

Langkah serupa untuk saham 2 hingga saham 4 pada portofolio x_1 hingga keseluruhan bobot berjumlah 1. Lakukan juga langkah 1-3 diatas untuk sisa portofolio lain, sehingga didapat 4 portofolio sebagi berikut.

Tabel 3. 6 Portofolio dengan Proporsi Saham Sesuai Kendala

Portofolio	Saham 1	Saham 2	Saham 3	Saham 4
x_1	0,13895	0,18939	0,03070	0,64096
x_2	0,37613	0,27728	0,21479	0,13180
x_3	0,27289	0,28987	0,26165	0,17559
x_4	0,28177	0,30325	0,18538	0,22960

Setelah didapatkan 4 buah saham pengisi portofolio, dicari nilai fungsi objektif tiap portofolio menggunakan data return harapan, kovariansi 4 saham terpilih serta proposi saham sesuai Tabel 3.6. Perhitungan nilai fungsi objektif yang mana juga merupakan nilai *fitness* menggunakan persamaan disajikan pada Tabel 3.7.

Tabel 3. 7 Nilai Fungsi Objektif/ *Fitness*

Portofolio	<i>Fitness</i>
x_1	0,03567
x_2	0,03423
x_3	0,03450
x_4	0,03501

2. Tahap *Employed Bee*

Pada fase ini, dilakukan eksploitasi pertama bagi masing-masing portofolio berdasarkan proporsi pada Tabel 3.7. Dalam mengeksploitasi x_i akan dicari nilai v_i sebagai kandidat solusi untuk menggantikan x_i . Perhitungan nilai v_i menggunakan persamaan (2.3).

Tabel 3. 8 Proporsi Kandidat Calon Solusi (v_m)

Portofolio	Saham 1	Saham 2	Saham 3	Saham 4
v_1	0,54109	0,24469	0,20045	0,54064
v_2	0,39175	0,20200	0,29348	0,20337
v_3	0,31058	0,331306	0,27089	0,22517
v_4	0,45392	0,13405	0,27416	0,28234

Tabel 3. 9 Proporsi Portofolio (v_m) Sesuai Kendala

Portofolio	Saham 1	Saham 2	Saham 3	Saham 4
v_1	0,35020	0,16385	0,13603	0,34992
v_2	0,35483	0,18781	0,26834	0,18902
v_3	0,27201	0,28950	0,23853	0,19996
v_4	0,39076	0,12245	0,23996	0,24683

Tabel 3. 10 Nilai *Fitness* Portofolio v_m

Portofolio	<i>Fitness</i>
v_1	0,03579
v_2	0,03420
v_3	0,03448
v_4	0,03505

3. Tahap *Onlooker Bee*

Pada fase *Onlooker Bee*, mekanisme seleksi digunakan untuk secara probabilistik memilih solusi yang lebih baik untuk dimanfaatkan oleh lebah *onlooker*. Dalam fase ini akan dihitung probabilitas dari tiap portofolio sesuai persamaan (2.4), portofolio dengan probabilitas yang lebih tinggi akan memiliki peluang yang lebih besar untuk dipilih, sementara solusi dengan

probabilitas yang lebih rendah memiliki peluang yang lebih rendah untuk dipilih. Berikut hasil Eskploitasi *Onlooker Bee* yang telah dilakukan penyesuain proporsi saham agar v_m memenuhi kendala seperti pada fase inialisasi populasi pada Tabel 3.11

Tabel 3. 11 Proporsi v_m Sesuai Kendala

Portofolio	Saham 1	Saham 2	Saham 3	Saham 4
v_1	0,31131	0,31755	0,10251	0,26864
v_2	0,41614	0,24327	0,28357	0,05702
v_3	0,31131	0,31755	0,10251	0,26864
v_4	0,36364	0,26536	0,13277	0,23822

Setelah memenuhi kendala, lakukan perhiungan fitness menggunakan persamaan (2.6) untuk tiap v_m .

Tabel 3. 12 Nilai *Fitness* Portofolio Setelah Fase *Onlooker Bees*

Portofolio	<i>Fitness</i>
v_1	0,03580
v_2	0,03579
v_3	0,03580
v_4	0,03576

4. Tahap *Scout Bee*

Fase *employed bees* dan fase *onlooker bees* diulang sebanyak jumlah iterasi yang telah ditentukan. Fase *scout bees* hanya dilakukan apabila terdapat v_m atau portofolio yang tidak berkembang atau dengan kata lain nilai fitness v_m tidak mengalami peningkatan.

Dimisalkan pada iterasi ke-51 fase *onlooker bees* menghasilkan v_m sebagai berikut.

Tabel 3. 13 Solusi Portofolio pada Iterasi ke-51 Setelah Fase *Onlooker Bees*

Portofolio	Saham 1	Saham 2	Saham 3	Saham 4	<i>Fitness</i>
v_1	0,28017	0,44577	0,15878	0,11527	0,03585
v_2	0,41614	0,24327	0,28357	0,05702	0,03579
v_3	0,28017	0,44577	0,15878	0,11527	0,03584
v_4	0,31566	0,48323	0,13277	0,23822	0,03585

Jika dibandingkan dengan populasi hasil iterasi pertama setelah fase onlooker bees pada tabel, dapat dilihat bahwa *fitness* v_2 tidak mengalami peningkatan. Maka *scout bees* akan menginisialisasi sebuah portofolio baru guna menggantikan v_2 . Inisialisasi portofolio baru memiliki proses yang serupa fase inisialisasi menggunakan persamaan (2.1)

Tabel 3. 14 Inisialisasi Awal v_2 Baru

Portofolio	Saham1	Saham2	Saham3	Saham4
v_2	0,23356	0,37330	0,57217	0,57401

Setelah inisialisasi proporsi saham v_2 , dilakukan penyesuaian proporsi agar v_2 memenuhi kendala model optimasi.

Tabel 3. 15 Proporsi Saham v_2 Sesuai Kendala

Portofolio	Saham1	Saham2	Saham3	Saham4
v_2	0,13790	0,21443	0,3233	0,32434

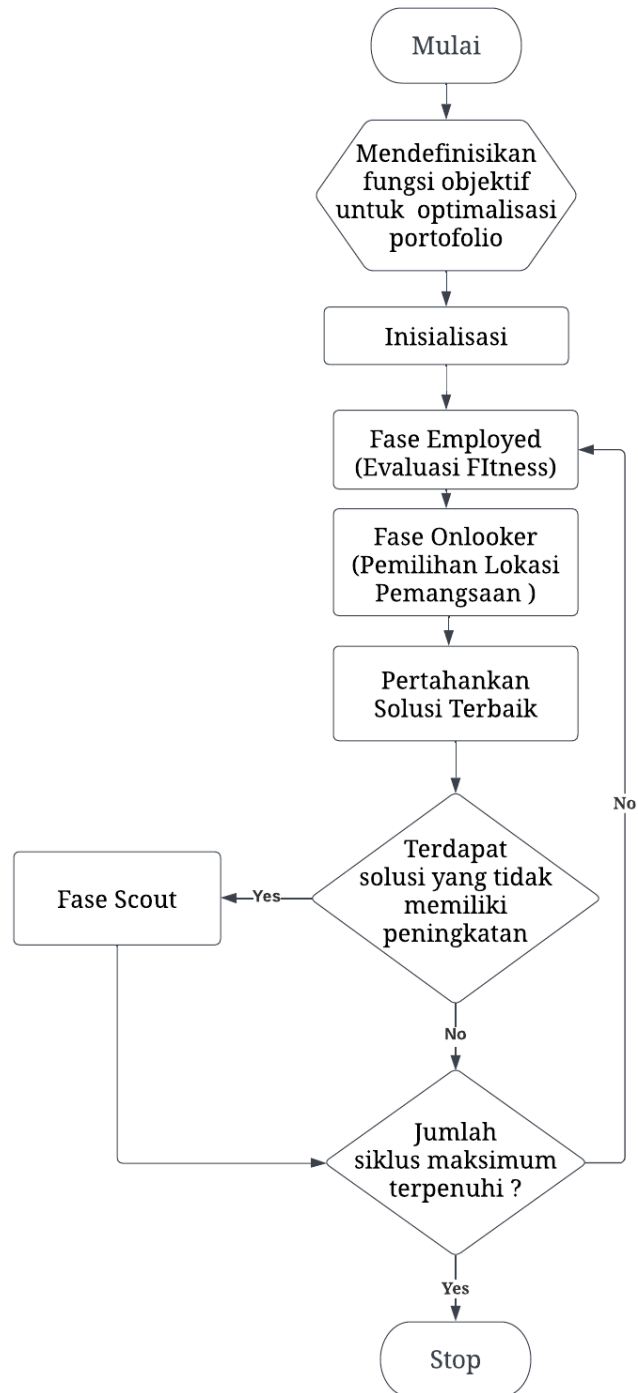
Setelah memenuhi kendala, Portofolio v_2 pada Tabel 3.15 akan menggantikan portofolio v_2 pada Tabel 3.14. Setelah fase *scout bees*, populasi v_m akan masuk ke iterasi berikutnya dan kembali dieksploitasi oleh *employed bees* dan *onlooker bees*.

Tabel 3. 16 Solusi Portofolio Setelah Iterasi ke-51

Portofolio	Saham 1	Saham 2	Saham 3	Saham 4
v_1	0,31131	0,31755	0,10251	0,26864
v_2	0,41614	0,24327	0,28357	0,05702
v_3	0,31131	0,31755	0,10251	0,26864
v_4	0,36364	0,26536	0,13277	0,23822

Sesudah itu, fase *employed bees* dan fase *onlooker bees* dilanjutkan hingga iterasi maksimum. Setelah mencapai iterasi maksimum, akan dipilih sebuah portofolio dengan nilai *fitness* tertinggi guna merepresentasikan hasil terbaik dalam proses algoritma ABC.

Berikut merupakan *flowchart* dari algoritma ABC untuk optimalisasi portofolio dengan kendala kardinalitas



Gambar 3. 1 *Flowchart* Algoritma ABC