BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf adalah salah satu cabang ilmu matematika yang memiliki banyak manfaat hingga saat ini. Graf merupakan cara yang tepat saat ingin melakukan representasi pada objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan suatu objek dengan simpul, noktah, bulatan, titik atau vertex, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan sisi atau *edge* (Agustina dan Riana, 2011). Teori graf dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari seperti halnya menentukan persoalan pedagang keliling (*travelling sales person problem*), persoalan tukang pos cina (*chinese postman problem*), pewarnaan graf (*graf colouring)*, dan analisis jejaring sosial (*social network analysis*), persoalan penentuan pemancar radio dan lain sebagainya. Permasalahan seperti itulah yang dapat direpresentasikan kedalam bentuk graf, dengan titik-titik pada graf yang saling berkorespondensi dengan tempat-tempat yang berbeda. Dua titik pada graf dihubungankan dengan satu sisi jika dan hanya jika 2 tempat yang berkorespondensi dengan 2 titik tersebut dihubungkan oleh sebuah sisi.

Persoalan dalam frekuensi pemancar radio adalah menentukan frekuensi pada setiap pemancar radio sehingga jika ada 2 pemancar yang berdekatan, maka pemancar tersebut diberikan frekuensi yang berbeda, pemancar yang berdekatan harus menerima frekuensi dengan selisih yang cukup untuk menghindari pelayangan. Masalah dalam penentuan frekuensi pemancar ini mulai diperkenalkan oleh Fred Roberts dan Jerrold Griggs yang berencana menggunakan bilangan nonnegative mewakili saluran radio untuk mempelajari permasalahan penentuan saluran radio secara optimal pada pemancar di lokasi tertentu. Dari permasalahan tersebut, Griggs (1992) mengembangkan sebuah metode pelabelan yang diberikan pada titik suatu graf. Metode ini tidak hanya bergantung pada 2 titik bertetangga berjarak satu, tetapi juga pada titik yang berjarak lebih dari 1, dimana $|f(u)-f(v)| \geq h$ jika $d(u,v)=1$ dan $|f(u)-f(v)| \geq k$ jika $d(u,v)=2$ untuk $u,v \in V(G)$. Adapun permasalahan lain dari pelabelan $L(h,k)$ adalah bagaimana meminimumkan rentang pelabelan pada suatu graf yang diberikan (Hale, 1980)

Beberapa peneliti telah melakukan pengembangan pada pelabelan $L(h,k)$, salah satunya adalah pelabelan $L(3,1)$. Pelabelan $L(3,1)$ merupakan salah satu masalah pelabelan graf dimana titik-titik yang bertetangga harus memiliki selisih label minimal 3 sedangkan titik-titik yang terhubung oleh lintasan dengan panjang 2 harus memiliki label yang berbeda dengan selisih label minimal satu.

Terdapat beberapa jenis graf-graf khusus, diantara lain seperti graf lengkap, graf teratur, graf *cycle*, graf Hanoi. Dua buah graf khusus dapat dioperasikan sehingga diperoleh suatu graf yang merupakan gabungan dari graf *cycle* dan graf Hanoi, graf tersebut dinamakan graf *supercycle*. Graf *supercycle* $Sc(n,r)$ memiliki keunikan karena graf ini diperoleh dari graf *cycle* C_n yang setiap titiknya merupakan graf Hanoi Hn_r.

Pada penelitian sebelumnya Ghosh dan Pal (2016) membahas mengenai pelabelan $L(3,1)$ pada beberapa graf seperti graf *path*, graf *cycle*, graf lengkap, graf *bipartite*, graf star, graf *bi-star*, dan graf *n-ary tree*. Adapun penelitian lainnya yang dilakukan oleh Putri (2019) melakukan penelitian tentang nilai minimal *span* dari pelabelan titik $L(3,2,1)$ pada graf *supercycle* $Sc(n,r)$. Penelitain serupa juga pernah dilakukan oleh Karimah (2016) melakukan penelitian mengenai nilai minimal *span* dari pelabelan titik $L(2,1)$. Sepanjang penelusuran literatur yang diperoleh penulis, kajian yang dilakukan mengenai pelabelan $L(3,1)$ pada graf-graf khusus masih jarang digunakan, oleh karena itu berdasarkan uraian tersebut peneliti tertarik untuk melalukan penelitian mengenai penentuan minimal *span* menggunakan pelabelan titik $L(3,1)$ pada graf supercycle $S_c(n,r)$ untuk $n = 2,3,4,\ldots$ dan $r \geq 1$.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, rumusan masalah dari penelitian ini adalah menentukan berapa nilai minimal terbesar dari pelabelan $L(3,1)$ pada graf *supercycle* $Sc(n,r)$ untuk $n = 2,3,4,\ldots$ dan $r \geq 1$.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk menghasilkan teorema dalam penentuan nilai minimal terbesar dari pelabelan $L(3,1)$ pada graf *supercycle* $Sc(n,r)$ untuk $n = 2,3,4,\ldots$ dan $r \geq 1$.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah dapat dijadikan referensi untuk penelitian selanjutnya mengenai pelabelan $L(h,k)$ dan $L(3,1)$, serta penerapan teori pelabelan graf dalam berbagai bidang seperti permasalahan pemancar radio dan jaringan.