

PELABELAN TITIK $L(3,1)$ PADA GRAF *SUPERCYCLE*

SKRIPSI

diajukan untuk memenuhi sebagian syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika



Oleh
Fanny Febryani
NIM. 1903840

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA
2023**

PELABELAN TITIK $L(3,1)$ PADA GRAF *SUPERCYCLE*
LEMBAR HAK CIPTA

Oleh:
Fanny Febryani
1903840

Sebuah skripsi yang diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika, Fakultas Pendidikan
Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

© Fanny Febryani
Universitas Pendidikan Indonesia
Agustus 2023

Hak Cipta dilindungi undang-undang
Skripsi ini tidak boleh diperbanyak seluruhnya atau sebagian
dengan dicetak ulang, difotokopi, atau cara lainnya tanpa izin penulis.

LEMBAR PENGESAHAN
FANNY FEBRYANI
PELABELAN TITIK $L(3,1)$ PADA GRAF *SUPERCYCLE*

Disetujui dan disahkan oleh
Pembimbing I



Prof. H. Yaya S. Kusumah, M.Sc., Ph.D.
NIP. 195909221983031003

Pembimbing II



Dr. Kartika Yulianti, M.Si.
NIP. 198207282005012001

Mengetahui
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Kartika Yulianti, M.Si.
NIP. 198207282005012001

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Pelabelan Titik $L(3,1)$ pada Graf *Supercycle*” ini beserta seluruh isinya adalah benar-benar karya saya sendiri. Saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung risiko atau sanksi apabila dikemudian hari ditemukan adanya pelanggaran etika keilmuan atau ada klaim dari pihak lain terhadap keaslian karya saya ini.

Bandung, Agustus 2023

Yang membuat pernyataan,



Fanny Febryani

NIM 1903840

KATA PENGANTAR

Assalamua'laikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* Sang Maha Segalanya, yang telah memberikan Rahmat, karunia serta ridho-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Pelabelan Titik $L(3,1)$ pada Graf *Supercycle*” ini dengan baik.

Skripsi ini ditulis sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Pendidikan Indonesia. Penelitian pada skripsi ini bertujuan untuk mengimplementasi salah satu cabang ilmu matematika yaitu Teori Graf dengan metode yang digunakan adalah pelabelan.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan maupun penelitian terkait materi yang dibahas dalam skripsi ini masih terdapat kekurangan dan keterbatasan. Oleh karena itu, saran, kritik, serta masukan yang membangun menjadi harapan penulis guna menyempurnakan skripsi ini. Penulis berharap skripsi ini dapat memberikan manfaat dan memberikan kontribusi bagi pengembangan ilmu pengetahuan serta memberi inspirasi bagi para pembaca yang berminat untuk melanjutkan penelitian lebih lanjut. Semoga Allah SWT senantiasa memberikan keberkahan dan hidayah-Nya untuk kita semua.

Bandung, Agustus 2023

Penulis

UCAPAN TERIMA KASIH

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT yang telah memberikan rahmat serta karunia, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini tepat pada waktunya.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak dapat diselesaikan dengan baik tanpa adanya bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Kedua orang tua penulis yaitu Bapak Yuli Porandri dan Ibu Pipih Sopiadini, yang selalu memberikan kasih sayang, doa, nasehat, serta dukungan yang luar biasa dalam setiap langkah hidup penulis.
2. Bapak Prof. H. Yaya S. Kusumah, M.Sc., Ph.D selaku Dosen Pembimbing I yang telah meluangkan waktunya untuk membimbing, memberikan masukan, arahan dan motivasi kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
3. Ibu Dr. Kartika Yulianti, M.Si., selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktunya untuk membimbing, memberikan masukan, arahan dan motivasi kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
4. Seluruh dosen Program Studi Matematika yang telah memberikan ilmu dan pendidikan kepada penulis selama berkuliah di Universitas Pendidikan Indonesia.
5. Saudara penulis yaitu Fachri dan Faizal, serta seluruh keluarga yang senantiasa memberikan dukungan dan doa sehingga skripsi ini dapat diselesaikan tepat waktu.
6. Gibran, Karmila, Sarah, Ummu, Fakhri, Afi, Velin sebagai teman terdekat penulis di luar kampus yang selalu memberikan semangat dan dukungan setiap harinya.
7. Aliya, Bena, Bilqis, Fitriana, Geriel, Hasna, Nurul dan Virna sebagai teman terdekat penulis di kampus yang selalu memberikan bantuan, dukungan serta motivasi selama awal kuliah hingga proses penyusunan skripsi ini.
8. Kepada seluruh pihak lainnya yang tidak dapat penulis cantumkan namanya satu persatu yang telah membantu penulis dan memberi semangat serta doa demi kelancaran perkuliahan penulis maupun dalam penyelesaian skripsi ini.

PELABELAN TITIK $L(3,1)$ PADA GRAF *SUPERCYCLE*

Fanny Febryani
NIM. 1903840

ABSTRAK

Pelabelan $L(3,1)$ didefinisikan sebagai pemetaan himpunan titik pada graf G ke bilangan bulat non negative untuk setiap 2 titik u, v maka berlaku $|f(u) - f(v)| \geq 3$ jika $d(u, v) = 1$ dan $|f(u) - f(v)| \geq 1$ jika $d(u, v) = 2$. Permasalahan pelabelan ini dapat diterapkan pada graf khusus yang disebut graf *supercycle*, yang merupakan hasil dari penggabungan dua buah graf khusus, yaitu graf *cycle* dan graf *Hanoi*. Untuk menentukan rumus dalam mencari nilai minimal pelabelan terbesar (*span*) dari pelabelan $L(3,1)$ pada graf *supercycle*, dapat menggunakan metode pendeteksian pola. Metode ini mencari pola nilai minimal label terbesar (*span*) untuk semua graf *supercycle* dengan jumlah titik tertentu. Hasil penelitian ini diperoleh nilai minimal label terbesar (*span*) untuk $r = 1$ pada graf *supercycle* $Sc(n, r)$ adalah:

$$\lambda_{3,1}(Sc(n, r)) = \begin{cases} 6, & \text{jika } n = 1 \\ 7, & \text{jika } n > 1, n \text{ bilangan genap} \\ 8, & \text{jika } n > 1, n \text{ bilangan ganjil} \end{cases}$$

Untuk $r > 1$, diperoleh nilai minimal label terbesar (*span*) dari pelabelan titik $L(3,1)$ pada graf *supercycle* $Sc(n, r)$ untuk $r > 1$ adalah

$$\lambda_{3,1}(Sc(n, r)) = 8$$

Kata Kunci: Pelabelan $L(3,1)$, Graf *Supercycle*, Pelabelan Graf, Teori Graf

LABELLING POINTS $L(3,1)$ ON SUPERCYCLE GRAPHS

Fanny Febryani
NIM. 1903840

ABSTRACT

The $L(3,1)$ labelling is defined as a mapping of a set of points in graph G to non-negative integers, where for any 2 points u, v , such that $|f(u) - f(v)| \geq 3$ if $d(u, v) = 1$ and $|f(u) - f(v)| \geq 1$ if $d(u, v) = 2$. This labelling problem can be applied to a special type of graph known as a supercycle, which is obtained by combining two specific graphs, namely the cycle graph and the Hanoi graph. To determine the formula for finding the minimum value of the largest label (span) value of $L(3,1)$ labelling on the supercycle graph, the pattern detection method can be utilized. This method finds the patterns of the minimum value of the largest label (span) for all supercycle graphs with a certain number of nodes. The results of this research obtained the minimum value of the largest label (span) for $r = 1$ on the supercycle graph $Sc(n, r)$ is:

$$\lambda_{3,1}(Sc(n, r)) = \begin{cases} 6, & \text{if } n = 1 \\ 7, & \text{if } n > 1, n \text{ even number} \\ 8, & \text{if } n > 1, n \text{ odd number} \end{cases}$$

For $r > 1$, the minimum value of the largest label (span) of the point labelling $L(3,1)$ on the supercycle graph $Sc(n, r)$ obtained:

$$\lambda_{3,1}(Sc(n, r)) = 8$$

Keyword: *$L(3,1)$ Labelling, Supercycle Graphs, Graph Labelling, Graph Theory*

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN	i
LEMBAR PERNYATAAN	ii
KATA PENGANTAR.....	iii
UCAPAN TERIMA KASIH	iv
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vi
DAFTAR ISI.....	vii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Manfaat Penelitian	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	4
2.1 Graf	4
2.2 Graf Terhubung.....	5
2.3 Derajat Titik	6
2.4 Jarak	6
2.5 Graf Cycle	7
2.6 Graf Hanoi.....	7
2.7 Graf Supercycle $Sc(n, r)$	8
2.8 Pelabelan Graf.....	8
2.9 Pelabelan $L(h, k)$	9
2.10 Pelabelan $L(3, 1)$	9
2.11 Hasil Pelabelan Penelitian Sebelumnya	10
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	13
3.1 Jenis Penelitian.....	13
3.2 Metode Penelitian	13

3.3 Tahapan Penelitian	13
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	16
4.1 Pelabelan Titik L(3, 1) pada Graf Supercycle Sc(n, 1) untuk n bil genap 17	
4.1.1 Pelabelan Titik L(3,1) pada Graf Supercycle Sc(2,1)	17
4.1.2 Pelabelan Titik L(3,1) untuk Graf Supercycle Sc(4,1)	18
4.1.3 Pelabelan Titik L(3,1) untuk Graf Supercycle Sc(6,1)	20
4.2 Pelabelan Titik L(3, 1) pada Graf Supercycle Sc(n, 1) untuk n bil ganjil . 26	
4.2.1 Pelabelan Titik L(3,1) untuk Graf Supercycle Sc(1,1)	26
4.2.2 Pelabelan Titik L(3,1) untuk Graf Supercycle Sc(3,1)	27
4.2.3 Pelabelan Titik L(3,1) untuk Graf Supercycle Sc(5,1)	28
4.3 Pelabelan Titik L(3, 1) pada Graf Supercycle Sc(n, 2)	33
4.3.1 Pelabelan Titik L(3,1) untuk Graf Supercycle Sc(1,2)	33
4.3.2 Pelabelan Titik L(3,1) untuk Graf Supercycle Sc(2,2)	34
4.3.3 Pelabelan Titik L(3,1) untuk Graf Supercycle Sc(3,2)	36
4.3.4 Pelabelan Titik L(3,1) untuk Graf Supercycle Sc(4,2)	38
4.4 Pelabelan Titik L(3, 1) pada Graf Supercycle Sc(n, 3)	42
4.4.1 Pelabelan Titik L(3,1) untuk Graf Supercycle Sc(1,3)	42
4.4.2 Pelabelan Titik L(3,1) untuk Graf Supercycle Sc(2,3)	43
4.4.3 Pelabelan Titik L(3,1) untuk Graf Supercycle Sc(3,3)	45
4.4.4 Pelabelan Titik L(3,1) untuk Graf Supercycle Sc(4,3)	47
4.5 Pelabelan Titik L(3, 1) pada Graf Supercycle Sc(n, r) , n, r $\in \mathbb{N}$	53
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	58
5.1 Kesimpulan	58
5.2 Saran.....	58
DAFTAR PUSTAKA.....	59

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Hasil Pelabelan $L(h, k)$	10
Tabel 2.2 Hasil Pelabelan Graf $L(3, 1)$	11
Tabel 2.3 Hasil Pelabelan Graf Supercycle.....	11
Tabel 4.1 Hasil pelabelan nilai minimal span Graf $Sc(n, 1)$ untuk n bil genap ...	22
Tabel 4.2 Hasil pelabelan nilai minimal span Graf $Sc(n, 1)$ untuk n bil ganjil ...	30
Tabel 4.3 Hasil pelabelan nilai minimal span Graf $Sc(n, 2)$	39
Tabel 4.4 Hasil pelabelan nilai minimal span Graf $Sc(n, 3)$	50
Tabel 4.5 Hasil pelabelan nilai minimal span Graf $Sc(n, r)$	53

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Graf G	4
Gambar 2.2 Graf Terhubung	6
Gambar 2.3 Graf Tak Terhubung.....	6
Gambar 2.4 Graf Hanoi.....	8
Gambar 2.5 Graf $Sc(5, 1)$, Graf $Sc(6, 2)$	8
Gambar 2.6 Pelabelan $L(3, 1)$ pada graf C_4	9
Gambar 3.1 Graf Supercycle $Sc(3, 1)$	14
Gambar 3.1 Graf Supercycle $Sc(3, 1)$ pelabelan dimulai pada titik v_1	14
Gambar 3.2 Graf Supercycle $Sc(3, 1)$ pelabelan dimulai pada titik v_7	15
Gambar 3.3 Hasil pelabelan graf supercycle $Sc(3, 1)$	15
Gambar 4.1 Pelabelan Graf $Sc(2,1)$ dimulai dari graf Hanoi H_1	17
Gambar 4.2 Pelabelan Graf $Sc(2,1)$ dimulai dari graf Cycle.	18
Gambar 4.3 Pelabelan Graf $Sc(4,1)$ dimulai dari graf Hanoi H_1	19
Gambar 4.4 Pelabelan Graf $Sc(4,1)$ dimulai dari graf Cycle.	20
Gambar 4.5 Pelabelan Graf $Sc(6,1)$ dimulai dari graf Hanoi H_1	21
Gambar 4.6 Pelabelan Graf $Sc(6,1)$ dimulai dari graf Cycle.	22
Gambar 4.7 Subgraf $Sc(n, 1)$ dengan n bilangan genap.	23
Gambar 4.8 Hasil Pelabelan Graf $Sc(n,1)$ untuk n bilangan genap.....	24
Gambar 4.9 Pelabelan Graf $Sc(1, 1)$ dimulai pada titik v_1	26
Gambar 4.10 Pelabelan Graf $Sc(3,1)$ dimulai dari graf Hanoi H_1	27
Gambar 4.11 Pelabelan Graf $Sc(3,1)$ dimulai dari graf Cycle.....	28
Gambar 4.12 Pelabelan Graf $Sc(5,1)$ dimulai dari graf Hanoi H_1	29
Gambar 4.13 Pelabelan Graf $Sc(5,1)$ dimulai dari graf Cycle.	30
Gambar 4.14 Subgraf $Sc(n, 1)$ dengan n bilangan ganjil.....	31
Gambar 4.14 Graf $Sc(1, 2)$	34
Gambar 4.15 Pelabelan Graf $Sc(2, 2)$ dimulai dari graf Hanoi H_2	35
Gambar 4.16 Pelabelan Graf $Sc(2, 2)$ dimulai dari graf Cycle.	36
Gambar 4.17 Pelabelan Graf $Sc(3, 2)$ dimulai dari graf Hanoi H_2	37
Gambar 4.18 Pelabelan Graf $Sc(3, 2)$ dimulai dari graf Cycle.	38
Gambar 4.19 Pelabelan Graf $Sc(4, 2)$ dimulai dari graf Hanoi H_2	38
Gambar 4.20 Pelabelan Graf $Sc(4, 2)$ dimulai dari graf Cycle.	39
Gambar 4.21 Subgraf $Sc(n, 2)$	40

Gambar 4.22 Graf $Sc(1, 3)$	43
Gambar 4.23 Pelabelan Graf $Sc(2, 3)$ dimulai dari graf Hanoi $H3$	44
Gambar 4.24 Pelabelan Graf $Sc(2, 3)$ dimulai dari graf <i>Cycle</i>	45
Gambar 4.25 Pelabelan Graf $Sc(3, 3)$ dimulai dari graf Hanoi $H3$	46
Gambar 4.26 Pelabelan Graf $Sc(3, 3)$ dimulai dari graf <i>Cycle</i>	47
Gambar 4.27 Pelabelan Graf $Sc(4, 3)$ dimulai dari graf Hanoi $H3$	48
Gambar 4.28 Pelabelan Graf $Sc(4, 3)$ dimulai dari graf <i>Cycle</i>	50
Gambar 4.29 Subgraf $Sc(n, 3)$	51
Gambar 4.30 Subgraf $Sc(3, 1)$	55
Gambar 4.31 Dua buah subgraf $Sc(3, 1)$	56
Gambar 4.32 Tiga buah subgraf $Sc(3, 1)$	56

DAFTAR PUSTAKA

- Yeh, R. K., & Griggs, J. R. (1992). *Labeling Graphs: Theory and Applications*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Sumanto, G., & Anita, P. (2016, 11). $L(3,1)$ -Labelling of Some Simple Graphs. *AMO - Advanced Modelling and Optimization*, 18, 243.
- Hale, R. (1980). Frequency assignment: Theory and Applications. *Proceedings of the IEEE*, 68(12), 1497-1514.
- Karimah, N. L. (2016). Pelabelan $L(2,1)$ Pada Graf Supercycle. Skripsi. Malang: Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
- Putri, I. L. (2019). Minimal Label Terbesar dari Pelabelan Titik $L(3,2,1)$ Pada Graf Supercycle. Skripsi. Malang: Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim
- Sianipar, R. (2013). *Sistem Informasi Grafis*. Yogyakarta: Andi Offset.
- Harju, T. (2012). *Algebraic Combinatorics on Words*. Berlin: Springer.
- Abdussakir, A., Kusumadewi, S., Hartati, S., & Wardani, K. (2009). *Aplikasi Teori Graf dalam Pencarian Rute Terpendek*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Chartrand, G., & Oellermann, O. (1993). *Applied and Algorithmic Graph Theory*. New York: McGraw-Hill.
- Budayasa, I. K. (2007). *Teori Graf: Teori, Konsep, dan Aplikasi*. Denpasar: Undiksha Press.
- Rohendi, D. (2017). Penerapan Teori Graf pada Permainan Tower of Hanoi. *Jurnal Didaktik Matematika*, 4(2), 153-66.
- Jauhari, W. (2013). Pembentukan Graf Supercycle $Sc(n,r)$ dan Aplikasinya pada Penyelesaian Persoalan Tower of Hanoi. *Jurnal Matematika Integratif*, 9(1), 1-11.
- Spindard, D. E. (1999). Supercycles in graphs. *Journal of Combinatorial Theory, Series B*, 75(1), 81-97.
- Mauro, N. & -P. (2016). $L(h,k)$ -labelings of graphs. *Discrete Mathematics*, 8(2).
- Agustina, T. &. (2011). *Pemrograman Komputer: Algoritma dan Pemrograman dengan Bahasa Pascal dan C*. Bandung: Informatika.