

**MODEL *ROBUST COUNTERPART* PADA *OPEN CAPACITATED*
*VEHICLE ROUTING PROBLEM***

SKRIPSI

diajukan untuk memenuhi sebagian syarat untuk memperoleh
gelar Sarjana Matematika



Oleh:

Geriel Tiara Danisa

1904772

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA**

2023

*MODEL ROBUST COUNTERPART PADA OPEN CAPACITATED
VEHICLE ROUTING PROBLEM*

LEMBAR HAK CIPTA

Oleh:

Geriel Tiara Danisa

1904772

Sebuah Skripsi yang diajukan untuk memenuhi sebagian syarat memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

© Geriel Tiara Danisa

Universitas Pendidikan Indonesia

Agustus 2023

Hak Cipta dilindungi undang-undang

Skripsi ini tidak boleh diperbanyak seluruhnya atau sebagian dengan dicetak ulang, difotokopi, atau cara lainnya tanpa izin penulis.

LEMBAR PENGESAHAN
GERIEL TIARA DANISA
MODEL *ROBUST COUNTERPART* PADA *OPEN CAPACITATED*
VEHICLE ROUTING PROBLEM

disetujui dan disahkan oleh pembimbing:

Pembimbing I

ACC 12/08/2023



Dr. Khusnul Novianingsih, M.Si.

NIP.197711282008122001

Pembimbing II



Fitriani Agustina, M.Si.

NIP.198108142005012001

Mengetahui,
Ketua Ketua Program Studi Matematika



Dr. Kartika Yulianti, M.Si.

NIP.196401171992021001

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Model *Robust Counterpart* pada *Open Capacitated Vehicle Routing Problem*” ini beserta seluruh isinya adalah benar-benar karya saya sendiri. Saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung risiko atau sanksi apabila dikemudian hari ditemukan adanya pelanggaran etika keilmuan atau ada klaim dari pihak lain terhadap keaslian karya saya ini.

Bandung, Agustus 2023

Yang membuat pernyataan,

Geriel Tiara Danisa

NIM 1904772

KATA PENGANTAR

Assalamua'laikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadiran Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* Sang Maha Segalanya, yang telah memberikan Rahmat, karunia serta ridho-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Model *Robust Counterpart* pada *Open Capacitated Vehicle Routing Problem*” ini dengan baik.

Skripsi ini ditulis dalam rangka memenuhi sebagian syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Pendidikan Indonesia. Penelitian pada skripsi ini bertujuan untuk membangun model *Robust Counterpart* pada *Open Capacitated Vehicle Routing Problem*.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan maupun penelitian terkait materi yang dibahas di skripsi ini masih terdapat kekurangan yang disebabkan oleh keterbatasan penulis. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun untuk menyempurnakan skripsi ini. Penulis berharap skripsi ini dapat menjadi bahan bacaan baru dan bermanfaat bagi mahasiswa lainnya maupun bagi pengembangan ilmu pengetahuan khususnya bagi penulis dan umumnya bagi pembaca.

Bandung, Agustus 2023

Penulis

UCAPAN TERIMA KASIH

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT yang telah memberikan rahmat serta karunia, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini tepat pada waktunya. Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak dapat diselesaikan dengan baik tanpa adanya bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Kedua orang tua, nenek, serta seluruh keluarga penulis yang selalu memberikan kasih sayang, doa, nasehat, serta dukungan yang luar biasa dalam setiap langkah hidup penulis.
2. Ibu Dr. Khusnul Novianingsih, M.Si., selaku Dosen Pembimbing I yang telah meluangkan waktunya untuk membimbing, memberikan masukan, arahan dan motivasi kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
3. Ibu Fitriani Agustina, M.Si., selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktunya untuk membimbing, memberikan masukan, arahan dan motivasi kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
4. Bapak Imam Nugraha Albania, S.Si., M.Pd., Ph.D., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan bimbingan serta pengarahan selama perkuliahan.
5. Ibu Dr. Kartika Yulianti, M.Si., selaku Ketua Program Studi Matematika Universitas Pendidikan Indonesia.
6. Seluruh dosen Program Studi Matematika yang telah memberikan ilmu dan pendidikan kepada penulis selama berkuliah di Universitas Pendidikan Indonesia.
7. Aliya, Bena, Bilqis, Fanny, Fitriana, Hasna, Nurul, dan Virna sebagai teman terdekat penulis di kampus yang selalu memberikan bantuan, semangat, dukungan serta motivasi selama awal kuliah hingga proses penyusunan skripsi ini.
8. Fitriana Shafa Nabilah dan Zaki Maulana Rabbani sebagai teman terdekat penulis yang selalu mendengar keluh kesah, memberi dukungan serta motivasi selama penyusunan skripsi ini.

9. Adlia, Nufikha dan teman terdekat penulis lainnya diluar kampus yang selalu memberikan dukungan.
10. Teman-teman Matematika D 2019 yang telah banyak membantu dan mendukung penulis baik secara langsung maupun tidak langsung selama proses perkuliahan dan penyelesaian skripsi ini.
11. Kepada seluruh pihak lainnya yang tidak dapat penulis cantumkan namanya satu persatu yang telah membantu penulis dan memberi semangat serta doa demi kelancaran perkuliahan penulis maupun dalam penyelesaian skripsi ini.

ABSTRAK

Open Capacitated Vehicle Routing Problem (OCVRP) adalah masalah pencarian rute yang efisien dari sejumlah kendaraan dalam mengunjungi sejumlah pelanggan dengan kendala tambahan berupa lintasan yang terbuka dengan batasan kapasitas kendaraan. Penelitian ini menyelesaikan model OCVRP dengan ketidakpastian pada waktu tempuh dengan pendekatan *robust counterpart*. Model *Robust Counterpart* OCVRP (RC-OCVRP) diselesaikan dengan mengambil himpunan ketidakpastian *box* dan *ellipsoidal*. Hasil implementasi model RC-OCVRP pada masalah pengangkutan sampah menunjukkan bahwa rute optimal pengangkutan sampah yang dihasilkan adalah sama tetapi terdapat perbedaan waktu tempuh yang diperoleh. Waktu tempuh pada model RC-OCVRP dengan himpunan ketidakpastian *box* maupun *ellipsoidal* menghasilkan waktu tempuh yang lebih lama dibandingkan dengan model OCVRP. Oleh karena itu, model RC-OCVRP baik dengan himpunan ketidakpastian *box* maupun *ellipsoidal* lebih realistis jika diimplementasikan pada kondisi nyata.

Kata Kunci: *Open Capacitated Vehicle Routing Problem, Robust Counterpart, Himpunan Ketidakpastian Box, Himpunan Ketidakpastian Ellipsoidal*

ABSTRACT

Open Capacitated Vehicle Routing Problem (OCVRP) is a problem to find an efficient route for a set of vehicles to visit a number of customers, with an additional constraint of open paths and vehicle capacity limitations. This research solves the OCVRP model under uncertainty in travel times using the robust counterpart approach. The Robust Counterpart OCVRP (RC-OCVRP) model is solved by box and ellipsoidal uncertainty sets. The models are implemented to a waste collection problem. The computational results show that all model give the same solution with differences in travel times. The travel times in the RC-OCVRP model with both box and ellipsoidal uncertainty sets result in longer travel times compared to the OCVRP model. Therefore, the RC-OCVRP model with box or ellipsoidal uncertainty sets is more realistic when implemented under real conditions.

Keywords: *Open Capacitated Vehicle Routing Problem, Robust Counterpart, Box Uncertainty Sets, Ellipsoidal Uncertainty Sets*

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN	i
LEMBAR PERNYATAAN	ii
KATA PENGANTAR	iii
UCAPAN TERIMA KASIH.....	iv
ABSTRAK	vi
<i>ABSTRACT</i>	vii
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR TABEL.....	xi
DAFTAR LAMPIRAN.....	xii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan Penelitian.....	3
1.4 Manfaat Penelitian.....	3
BAB II KAJIAN TEORI.....	4
2.1 <i>Vehicle Routing Problem (VRP)</i>	4
2.2 Optimisasi <i>Robust</i>	6
2.3 <i>Robust Counterpart</i>	7
2.4 Himpunan Ketidakpastian	8
2.5 <i>Branch and Bound</i>	10
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	12
3.1. Deskripsi Masalah	12
3.2. Tahapan Penelitian	12

3.3.	Model <i>Open Capacitated Vehicle Routing Problem</i> (OCVRP).....	13
3.4.	Model <i>Robust Counterpart Open Capacitated Vehicle Routing Problem</i> (RC-OCVRP)	15
3.5.	Penyelesaian Model <i>Robust Counterpart Open Capacitated Vehicle Routing Problem</i> (RC-OCVRP) dengan Himpunan Ketidakpastian <i>Box</i>	18
3.6.	Penyelesaian Model <i>Robust Counterpart Open Capacitated Vehicle Routing Problem</i> (RC-OCVRP) dengan Himpunan Ketidakpastian <i>Ellipsoidal</i>	20
BAB IV HASIL IMPLEMENTASI.....		23
4.1.	Data Penelitian	23
4.2.	Tahapan Implementasi	25
4.2.1.	<i>Robust Counterpart Open Capacitated Vehicle Routing Problem</i> (RC-OCVRP) dengan Himpunan Ketidakpastian <i>Box</i>	25
4.2.2.	<i>Robust Counterpart Open Capacitated Vehicle Routing Problem</i> (RC-OCVRP) dengan Himpunan Ketidakpastian <i>Ellipsoidal</i>	28
4.3.	Analisis Hasil Implementasi.....	33
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....		35
5.1.	Kesimpulan.....	35
5.2.	Saran.....	35
DAFTAR PUSTAKA		37
LAMPIRAN.....		39

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1 Skema <i>Branch and Bound</i> dari solusi Model RC-OCVRP dengan himpunan ketidakpastian <i>ellipsoidal</i>	32
--	----

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Formulasi <i>tractable</i> untuk kendala dengan ketidakpastian	9
Tabel 4.1 Titik lokasi rute pengangkutan	23
Tabel 4.2 Volume sampah yang harus diangkut	24
Tabel 4.3 Jarak antar lokasi dalam kilometer	24
Tabel 4.4 Waktu tempuh dalam menit	24
Tabel 4.5 Perbandingan hasil implementasi	33

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Riwayat Hidup.	39
Lampiran 2. Pembangkitan matriks P menggunakan <i>matlab</i> pada Bab IV.	40
Lampiran 3. Hasil perhitungan model RC-OCVRP dengan himpunan ketidakpastian <i>box</i> menggunakan <i>software maple</i> pada Bab IV.....	41
Lampiran 4. Hasil perhitungan model RC-OCVRP dengan himpunan ketidakpastian <i>ellipsoidal</i> menggunakan <i>software maple</i> pada Bab IV.....	42
Lampiran 5. Hasil perhitungan model OCVRP menggunakan <i>software maple</i> pada Bab IV.....	43

DAFTAR PUSTAKA

- Amriyati, P., Chaerani, D., & Lesmana, E. (2015). Solusi Optimal Model Optimisasi Robust untuk Masalah Traveling Salesman dengan Ketidaktentuan Kotak dan Pendekatan Metode Branch and Bound. *Jurnal Teknik Industri*, 17(2), 81-88.
- Ben-Tal, A., & Nemirovski, A. (2002). Robust Optimization-Methodology and Applications. *Mathematical Programming*, 92, 453-480.
- Ben-Tal, A., Ghaoui, L. E., & Nemirovski, A. (2009). *Robust Optimization*. United Kingdom: Princeton University Press.
- Chaerani, D., & Roos, C. (2013). Handling Optimization under Uncertainty Problem Using Robust Counterpart Methodology. *Jurnal Teknik Industri*, 15(2), 111-118.
- Chaerani, D., Royana, I., & Hertini, E. (2017). Model Optimisasi Robust untuk Mengatasi Ketidaktentuan Estimasi Durasi Operasi pada Masalah Penjadwalan Ruang Operasi Rumah Sakit. *Jurnal Teknik Industri*, 19(1), 55-66.
- Chaerani, D., Tauhid, S. M., Rusyaman, E., & Lesmana, E. (2017). Model Optimisasi Robust dengan Himpunan Tak Tentu Polihedral. *Prosiding Snips 2017*, 168-177.
- Goerigk, M., & Schobel, A. (2016). Algorithm Engineering in Robust Optimization. *Algorithm Engineering*, 245-279.
- Gorissen, B., Yanikoglu, I., & Hertog, D. (2015). A Practical Guide to Robust Optimization. *Omega: The International Journal of Management Science*, 53, 124-137.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2010). *Introduction to Operations Research* (9th ed.). New York: McGraw-Hill.

- Hunter, J. K. (2014). *An Introduction to Real Analysis*. Department of Mathematics, University of California at Davis.
- Kurniawan, I. S., Susanty, S., & Adianto, H. (2014). Usulan Rute Pendistribusian Air Mineral dalam Kemasan Menggunakan Metode Nearest Neighbour dan Clarke & Wright Saving (Studi Kasus di PT. X Bandung). *Jurnal Online Institut Teknologi Nasional*, *I*(4), 125-136.
- Lee, C., Lee, K., & Park, S. (2012). Robust Vehicle Routing Problem with Deadlines and Travel Time/Demand Uncertainty. *Journal of The Operational Research Society*(63), 1294-1306.
- Letchford, A., Lysgaard, J., & Eglese, R. (2007). A Branch and Cut Algorithm for The Capacitated Open Vehicle Routing Problem. *Journal of The Operational Research Society*, *58*(12), 1642-1651.
- Masum, A. K., Shahjalal, M., Faruque, M. F., & Sarker, M. I. (2011). Solving The Vehicle Routing Problem using Genetic Algorithm. *Internatonal Journal of Advanced Computer Science and Applications (IJASCA)*, *2*(7), 126-131.
- Puspita, F. M., Hartono, Y., Syaputri, N. Z., Yuliza, E., & Pratiwi, W. D. (2018). Robust Counterpart Open Capacitated Vehicle Routing (RC-OCVRP) Model in Optimization of Garbage Transportation in District Sako and Sukarami, Palembang City. *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*, *VIII*(6), 4382-4390.
- Toth, P., & Vigo, D. (2014). *The Vehicle Routing Problem*. Philadelphia: Siam.
- Wolsey, L. A. (1998). *Integer Programming*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.