

**PENYELESAIAN MASALAH PENUGASAN *MULTI-OBJECTIVE*  
MENGGUNAKAN METODE *BRANCH AND PRICE***

**SKRIPSI**

diajukan untuk memenuhi sebagian syarat untuk memperoleh  
gelar Sarjana Matematika



Oleh:  
Fitriana Shafa Nabilah  
1908672

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA  
2023**

PENYELESAIAN MASALAH PENUGASAN *MULTI-OBJECTIVE*  
MENGGUNAKAN METODE *BRANCH AND PRICE*  
LEMBAR HAK CIPTA

Oleh:

Fitriana Shafa Nabilah

1908672

Sebuah skripsi yang diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar  
Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika, Fakultas Pendidikan  
Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

© Fitriana Shafa Nabilah  
Universitas Pendidikan Indonesia  
Agustus 2023

Hak Cipta dilindungi undang-undang  
Skripsi ini tidak boleh diperbanyak seluruhnya atau sebagian  
dengan dicetak ulang, difotokopi, atau cara lainnya tanpa izin penulis.

**LEMBAR PENGESAHAN**  
**FITRIANA SHAFA NABILAH**  
**PENYELESAIAN MASALAH PENUGASAN *MULTI-OBJECTIVE***  
**MENGGUNAKAN METODE *BRANCH AND PRICE***

disetujui dan disahkan oleh pembimbing:

Pembimbing I

Acc 31/07/2023



**Dr. Khusnul Novianingsih, S.Si., M.Si.**

NIP.197711282008122001

Pembimbing II



**Dr. Endang Cahya M.A., M.Si.**

NIP.196506221990011001

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



**Dr. Kartika Yulianti, M.Si.**  
NIP. 198207282005012001

# **PENYELESAIAN MASALAH PENUGASAN *MULTI-OBJECTIVE* MENGGUNAKAN METODE *BRANCH AND PRICE***

## **ABSTRAK**

Masalah penugasan *multi-objective* adalah masalah pengoptimalan beberapa tujuan dalam mengalokasikan sumber daya untuk menyelesaikan sejumlah tugas. Tujuan yang dioptimalkan dalam masalah penugasan *multi-objective* meliputi waktu produksi, total biaya pekerja, dan pendapatan. Penelitian ini menyelesaikan masalah penugasan *multi-objective* dengan Metode *Branch and Price* (*B&P*). Metode ini menggabungkan konsep dari Metode *Branch and Bound* dengan Teknik *Column Generation*. Dalam penerapan Metode *Branch and Price*, langkah awalnya adalah mengambil sebagian dari solusi *feasible* awal untuk membentuk *master problem*. Kemudian, *master problem* ini diselesaikan melalui *restricted master problem (RMP)* dengan hanya mempertimbangkan sebagian variabelnya. Setelah *RMP* diselesaikan, langkah berikutnya adalah membentuk *subproblem* untuk memeriksa apakah solusi dari *RMP* tersebut merupakan solusi optimal dari permasalahan secara keseluruhan. Hasil implementasi Metode *Branch and Price* pada masalah penugasan pekerja di salah satu konveksi di Kabupaten Karawang menunjukkan bahwa metode ini berhasil menyelesaikan masalah penugasan *multi-objective*. Solusi optimal yang diperoleh dipengaruhi oleh solusi *feasible* awal yang ada. Oleh karena itu, agar diperoleh solusi yang optimal, maka perlu diturunkan solusi *feasible* awal yang baik.

**Kata Kunci:** Masalah penugasan *multi-objective*; Metode *Branch and Price*; Metode *Branch and Bound*; Teknik *Column Generation*; Solusi *feasible* awal.

## **SOLVING MULTI-OBJECTIVE ASSIGNMENT PROBLEMS USING THE BRANCH AND PRICE METHOD**

### **ABSTRACT**

*A multi-objective assignment problem is a problem to optimize multiple objectives in allocating resources to complete several tasks. The objectives include production time, total worker cost, and revenue. This research solves the multi-objective assignment problem using the Branch and Price (B&P) Method. This method combines the concept of the Branch and Bound Method and the Column Generation Technique. To apply the Branch and Price Method, the first step is by generating an initial feasible solution to form a master problem. Then, this master problem is solved through a restricted master problem (RMP) by only considering several variables. After the RMP is solved, the next step is to generate a subproblem to check whether the solution of the RMP is the optimal solution to the overall problem. The computational results show that this method successfully solves multi-objective assignment problems. The optimal solution obtained is influenced by the initial feasible solution. Therefore, to obtain an optimal solution, it is necessary to derive a good initial feasible solution.*

**Keywords:** Multi-objective assignment; Branch and Price Method; Branch and Bound Method; Column Generation Technique; initial feasible solutions.

## DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN .....	i
LEMBAR PERNYATAAN.....	ii
KATA PENGANTAR .....	iii
UCAPAN TERIMA KASIH.....	iv
ABSTRAK.....	vi
<i>ABSTRACT</i> .....	vii
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR GAMBAR .....	x
DAFTAR TABEL.....	xi
DAFTAR LAMPIRAN.....	xii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1.    Latar Belakang Masalah.....	1
1.2.    Rumusan Masalah .....	2
1.3.    Tujuan Penelitian.....	3
1.4.    Manfaat Penelitian.....	3
BAB II LANDASAN TEORI.....	4
2.1. <i>Multi-objective Optimization</i> .....	4
2.2. <i>Linear Programming</i> .....	5
2.3.    Metode Simpleks yang Direvisi .....	6
2.4. <i>Binary Integer Programming</i> .....	8
2.5. <i>Knapsack Problem</i> .....	9
2.6. <i>Column Generation</i> .....	10
2.7. <i>Branch and Bound</i> .....	10
2.8. <i>Branch and Price</i> .....	11
BAB III METODE PENELITIAN .....	14
3.1.    Deskripsi Masalah.....	14
3.2.    Tahapan Penelitian .....	14
3.3.    Model Optimasi Masalah Penugasan <i>Multi-Objective</i> .....	15
3.4.    Penyelesaian Model dengan Metode <i>Branch-and-Price</i> .....	18

3.5. Contoh Implementasi Metode <i>Branch and Price</i> untuk masalah penu-gasan <i>multi-objective</i> .....	22
BAB IV HASIL IMPLEMENTASI.....	30
4.1. Data Penelitian .....	30
4.2. Tahapan Implementasi .....	33
4.3. Analisis Hasil Implementasi.....	40
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN .....	46
5.1. Kesimpulan.....	46
5.2. Saran.....	46
DAFTAR PUSTAKA .....	47
LAMPIRAN .....	49

## **DAFTAR GAMBAR**

**Gambar 3. 1** *Flowchart* penyelesaian Metode *Branch and Price* .....22

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 3. 1</b> Parameter Masalah Penugasan <i>Multi-Objective</i> .....	16
<b>Tabel 3. 2</b> Biaya, waktu dan Pendapatan yang diperlukan pekerja j untuk menyelesaikan tugas i .....	23
<b>Tabel 3. 3</b> Bobot tugas i pada.....	23
<b>Tabel 3. 4</b> Kapasitas Pekerja <i>j</i> .....	23
<b>Tabel 4. 1</b> Biaya, waktu dan pendapatan setiap tugas dalam bentuk Rupiah (Rp.) oleh setiap pekerja.....	31
<b>Tabel 4. 2</b> Bobot tugas yang dikerjakan setiap pekerja.....	32
<b>Tabel 4. 3</b> Kapasitas Setiap Pekerja. ....	33
<b>Tabel 4. 4</b> Analisis Solusi Feasible Awal.....	41

## DAFTAR LAMPIRAN

<b>Lampiran 1.</b> Riwayat Hidup.....	49
<b>Lampiran 2.</b> Hasil perhitungan RMP menggunakan software Lingo pada Bab III. .....	50
<b>Lampiran 3.</b> Hasil validasi masalah penugasan menggunakan software Lingo pada Bab III.....	51
<b>Lampiran 4.</b> Hasil perhitungan RMP implementasi masalah penugasan pada Bab IV menggunakan software Lingo. ....	52
<b>Lampiran 5.</b> Hasil perhitungan subproblem untuk Pekerja 1.....	53
<b>Lampiran 6.</b> Hasil perhitungan subproblem untuk Pekerja 2.....	54
<b>Lampiran 7.</b> Hasil perhitungan subproblem untuk Pekerja 3.....	55
<b>Lampiran 8.</b> Hasil perhitungan subproblem untuk Pekerja 4.....	56

## DAFTAR PUSTAKA

- Ceselli, A., & Righini, G. (2006). *A Branch and Price Algorithm for the Multilevel Generalized Assignment Problem*. *Informs*, 1172-1176.
- Chen, D., Batson, R., & Dang, Y. (2010). *Applied Integer Programming : Modeling and solution*. Canada: Wiley.
- Chinneck, J. W. (2016). *Partical Optimization : A Gentle Introduction*. Canada: Carleton University.
- Diah, K., Fadhli, M., & Sutanto, C. (2010). Penyelesaian *Knapsack Problem* menggunakan Algoritma Genetika. *Seminar Nasional Informatika 2010*, D28-D33.
- Hamdani, K. (2017). *Solving Multi objective Assignment Problem using Tabu Search Algorithm*. *Global Jurnal of Pure and Applied Mathematics*, 13, 4747-4764.
- Lubbecke, M., & Desrosiers, J. (2005). *Selected Topics in Column Generation. Operations Research*, 53, 1007-1023.
- Mentari, A. (2018). *Optimasi Keuntungan menggunakan Linear Programming Metode Simpleks Berbantuan Software Lindo pada Home Industry Bintang Bakery di Sukarame Bandar Lampung*. Universitas Islam Negeri Raden Intan Lampung, Pendidikan Matematika. Lampung: Repository Radenintan.
- Muchsinin, A. (2016). *Optimasi Pemuatan Baja Coil pada Gerbong Kereta Api dengan Logika Knapsack Problems*. Surabaya: Repsitory Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Paendong, M., & Prang, J. (2011). Optimasi Pembagian Tugas Karyawan menggunakan Metode Hungarian. *Jurnal Ilmiah Sains Vol.11*.
- Patnaik, S., & Tajeddini, K. (2021). *Computational Management* (Vol. 18). (V. Jain, Ed.) India: Springer.
- Przybylski, A., Gandibleux, X., & Ehrgott, M. (2010). *A Two Phase Method for Multi-objective Integer Programming and its Application to the Assignment Problem with Three Objectives*. *Discrete Optimization*, 7(3), 149-165.

- Raharjo, D. (2010). *Proses Optimasi dan Idealisasi Masalah Penugasan Multi-objective menggunakan Metode Hungarian pada Contoh Kasus Usaha Kerajinan Gitar di Ngrombo Baki Sukoharjo.* Surakarta: Perpustakaan.uns.ac.id.
- Rahman, M., & Uddin, K. (2019). *Solving Multi-Objective Assignment Problem with Decision Maker's Preferences by Using Genetic Algorithm.* *Proceedings of the International Conference on Industrial Engineering and Operations Management*, 1152-1162.
- Revanta, M. (2018). Penyelesaian Masalah Penugasan Karyawan menggunakan Metode Hungarian (Studi Kasus : Karyawan Ridho Tailor Kabanjahe). *Thesis Universitas Sriwijaya*, 1-2.
- Ristono. (2011). Ekonomi Teknik. *Graha Ilmu*.
- Risyani, R. (2017). Penyelesaian Masalah Penugasan *Multi Objective* dengan Metode *Weighted-Sum* dan Metode *E-Constraint*. *Jurnal EureMatika*, 62-71.
- Savelshbergh, M. (1993). *A Branch-and-Price Algorithm for the Generalized Assignment Problem.* Georgia Institute of Technology, 5-6.
- Septian, D. (2021). *Penyelesaian Masalah Penugasan yang di Perumum dengan menggunakan Metode Branch and Price.* Pendidikan Matematika. Bandung: Repository Universitas Pendidikan Indonesia.
- Supatimah, S. (2019). *Optimasi keuntungan Metode Branch and Bound Berbantuan QM for Windows.* Universitas Islam Negeri Raden Intan . Lampung: Repository UIN Raden Intan.
- Sutisna. (2011). *Pendekatan Column Generation pada Masalah Penjadwalan Mata Kuliah.* Depok: Universitas Indonesia Library.
- Vionilah, M., & Ganesan, K. (2019). *A Different Approach for The Solution of Fuzzy Multiobjective Assignment Problems.* *AIP Conference Proceedings*, 2112(1), 020118.
- Zuhri. (2018). Metode Simpleks yang Direvisi dengan Pemrograman Matlab. *Jurnal Ilman*, 6, 2355.
- Retrieved from <http://journals.synthesispublication.org/index.php/ilman>