

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Deskripsi Masalah

Pembentukan portofolio optimal adalah suatu masalah yang melibatkan pemilihan kombinasi optimal dari aset-aset investasi yang tersedia untuk mencapai tujuan tertentu, seperti memaksimalkan tingkat pengembalian atau mengurangi risiko. Masalah ini menjadi penting bagi para investor, baik individu maupun institusi, yang ingin mengalokasikan dan mengelola dana mereka dengan cara yang paling efisien dan menguntungkan. Penelitian ini akan menggunakan 16 data historis saham mingguan yang telah diseleksi berdasarkan keaktifannya yang akan dihitung seberapa besar alokasi dana yang diberikan untuk membuat portofolio optimal menggunakan Algoritma *Firefly*. Dalam penelitian ini, portofolio yang optimal adalah portofolio yang memaksimalkan *expected return* sekaligus meminimumkan resiko.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yaitu data pergerakan harga saham yang terdaftar di Bursa Efek Indonesia (BEI) atau Indonesia Stock Exchange (IDX), khususnya saham yang termasuk dalam 16 saham teraktif berdasarkan pengumuman yang dipublikasikan oleh Bursa Efek Indonesia (BEI). Objek penelitian yang digunakan adalah harga saham mingguan dari berbagai sektor saham yang berbeda untuk periode April 2022 – April 2023 yang diperoleh dari <https://finance.yahoo.com/>. Sektor tersebut adalah:

1. Sektor Pertanian.
2. Sektor Pertambangan.
3. Sektor Industri Dasar dan Kimia.
4. Sektor Aneka Industri.
5. Sektor Industri Barang Konsumsi.
6. Sektor Properti, Real Estate, dan Konstruksi Bangunan.
7. Sektor Infrastruktur dan Transportasi.
8. Sektor Keuangan.
9. Sektor Perdagangan, Jasa, dan Investasi.

3.3 Model Multi-objektif Mean-varians

Dalam penelitian ini, akan digunakan model optimasi yang didasarkan pada teori *mean-variance*. Model ini memiliki dua fungsi tujuan, yaitu memaksimalkan *Expected Return* portofolio dan meminimalkan risiko portofolio. Dalam formulasi *multi-objective*, fungsi tujuan pertama adalah memaksimalkan *Expected Return* portofolio, yang dapat dinyatakan sebagai:

$$\text{Memaksimumkan :} \quad E(R) = \sum_{i=1}^n E(R_i)x_i \quad (3.1)$$

Fungsi tujuan kedua adalah meminimalkan risiko portofolio, yang dapat dinyatakan sebagai:

$$\text{Meminimumkan :} \quad V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij}x_i x_j \quad (3.2)$$

Kendala dalam model ini adalah bahwa bobot investasi untuk semua aset harus menjumlahkan menjadi 1, yang dapat dinyatakan sebagai:

$$\text{Kendala :} \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (3.3)$$

Selain itu, terdapat juga kendala pada rentang bobot investasi, yaitu:

$$\varepsilon_i \leq x_i \leq \delta_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Di mana ε_i dan δ_i adalah parameter yang mengatur batas minimum (ε_i) dan maksimum (δ_i) untuk bobot investasi aset i .

Memaksimumkan *Expected Return* portofolio adalah ekuivalen dengan meminimumkan negatif *Expected Return* portofolio $E(R) = - \sum_{i=1}^n E(R_i)x_i$. Sehingga diperoleh formula untuk model yaitu.

$$\text{Meminimumkan :} \quad f_1(x) = - \sum_{i=1}^n E(R_i)x_i \quad (3.4)$$

$$\text{Meminimumkan :} \quad f_2(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij}x_i x_j \quad (3.5)$$

$$\text{Dengan kendala :} \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (3.6)$$

$$\varepsilon_i \leq x_i \leq \delta_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Optimisasi multi-objective di atas dapat diselesaikan dengan skalarisasi yang merupakan suatu teknik standar untuk menemukan poin-poin optimal untuk setiap permasalahan pengoptimuman vektor. Dengan memberikan dua koefisien pembobotan untuk fungsi tujuan $f_1(x)$ dan $f_2(x)$ secara berturut-turut, sehingga diperoleh penyelesaian optimal dari permasalahan optimisasi yaitu.

$$\text{Meminimumkan : } \lambda \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \right] - (1 - \lambda) \left[\sum_{i=1}^n E(R_i) x_i \right] \quad (3.7)$$

$$\text{Dengan kendala : } \sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (3.8)$$

$$\varepsilon_i \leq x_i \leq \delta_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.9)$$

Dalam model tersebut parameter λ menentukan kepentingan relatif dari risiko terhadap *Expected Return* bagi investor. Ketika nilai λ diatur ke 0, *Expected Return* portofolio dimaksimalkan tanpa mempertimbangkan risikonya. Demikian juga ketika λ memiliki nilai 1, risiko portofolio diminimalkan terlepas dari *Expected Return*. Jadi, ketika nilai λ meningkat, kepentingan relatif risiko terhadap *Expected Return* investor meningkat, dan sebaliknya. Variabel bobot x_i berperan sebagai parameter kontrol yang menentukan proporsi modal yang ditempatkan pada aset i . Variabel bobot memiliki nilai nyata dalam kisaran $[0,01, 1]$.

Dengan menggunakan model optimasi ini, investor dapat mencari portofolio yang optimal dengan mempertimbangkan *Expected Return* dan risiko, serta mengatur *trade-off* sesuai dengan preferensi mereka.

3.4 Algoritma *Firefly* Untuk Optimasi Portofolio

Dalam penelitian ini, digunakan Algoritma *Firefly* sebagai metode optimasi untuk mencari portofolio yang optimal berdasarkan model optimasi. Algoritma akan dijalankan dalam sejumlah iterasi, dimana pada setiap iterasi akan menghasilkan solusi terbaik. Berikut adalah detail implementasi dari Algoritma *Firefly* untuk optimasi portofolio dengan contoh kasusnya. Data lima sample saham yang digunakan terdapat pada Tabel 3.1 berikut.

Tabel 3.1 Data Lima Sample Saham

Tanggal	GOTO	HMSP	ITMG	ASII	BRPT
11/04/2022	376	839	21.418	6.055	863
18/04/2022	340	854	20.642	6.210	867
25/04/2022	272	910	21.494	6.672	843
09/05/2022	194	980	24.010	6.276	798
16/05/2022	304	999	25.013	6.441	808

Sebelum masuk pada langkah-langkah Algoritma *Firefly* akan ditentukan terlebih dahulu nilai *return*, *return* rata-rata dan matriks kovarians dari saham seperti yang terdapat dalam (2.3), (2.7), dan (2.8) sehingga diperoleh hasil sebagai berikut pada Tabel 3.2, Tabel 3.3, dan Tabel 3.4.

Tabel 3.2 *Return* Lima Saham

Return				
GOTO	HMSP	ITMG	ASII	BRPT
-0,09574	0,01676	-0,03622	0,02545	0,00575
-0,20000	0,06593	0,04125	0,07447	-0,02857
-0,28676	0,07732	0,11708	-0,05941	-0,05294
0,56701	0,01914	0,04177	0,02628	0,01242

Tabel 3.3 *Return* Rata-Rata Lima Saham

Return Rata-Rata	
GOTO	-0,0039
HMSP	0,04479
ITMG	0,04097
ASII	0,0167
BRPT	-0,0158

Tabel 3.4 Matriks Kovarians Lima Saham

Matriks Kovarians					
	GOTO	HMSP	ITMG	ASII	BRPT
GOTO	0,150947	-0,006354	-0,003510	0,003717	0,006786
HMSP	-0,006354	0,000983	0,001156	-0,000436	-0,000702
ITMG	-0,003510	0,001156	0,003917	-0,001611	-0,001118
ASII	0,003717	-0,000436	-0,001611	0,003099	0,000637
BRPT	0,006786	-0,000702	-0,001118	0,000637	0,000934

Selanjutnya adalah memulai tahapan Algoritma *Firefly* sebagai berikut.

1. Inisialisasi Parameter

Pada langkah awal, akan ditentukan beberapa parameter untuk menjalankan algoritma sebagai berikut:

IN = Maksimum iterasi

SN = Jumlah *firefly*

α = Parameter acak

β = Daya tarik

Untuk contoh kasus, akan dipilih $IN = 2$, $SN = 5$, $\beta = 0,2$, dan $\alpha = 0,5$.

2. Inisialisasi *Firefly*

Selanjutnya, Algoritma *Firefly* membangkitkan populasi acak untuk tiap SN *Firefly* menggunakan

$$x_{i,j} = lb_j + rand(0,1) * (ub_j - lb_j) \quad (3.10)$$

di mana $x_{i,j}$ adalah bobot aset portofolio ke $-j$ dari agen SN ke $-i$, $rand(0,1)$ adalah angka acak yang terdistribusi antara 0 dan 1, dan ub_j dan lb_j masing-masing adalah batas bobot atas dan bawah dari aset ke $-j$. Jika nilai yang awalnya dihasilkan untuk parameter ke $-j$ dari *Firefly* ke $-i$ tidak sesuai dengan cakupan $[lb_j, ub_j]$, nilai tersebut akan dimodifikasi menggunakan formula berikut:

$$\text{jika } (x_{i,j}) > ub_j, \text{ maka } x_{i,j} = ub_{i,j}$$

$$\text{jika } (x_{i,j}) < lb_j, \text{ maka } x_{i,j} = lb_{i,j}$$

Setelahnya pemenuhan kendala $\sum_{i=1}^n x_i = 1$. Akan dimisalkan $\chi = \sum x_{i,j}$ kemudian $x_{i,j} = \frac{x_{i,j}}{\chi}$ untuk tiap aset. Sehingga kendala $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ terpenuhi.

Karena jumlah IN yang dipilih adalah dua, maka akan dibuat lima populasi acak untuk tiap IN sebagai berikut.

- $IN = 1$

$$\begin{aligned} \text{Firefly}[1] = & \quad [0.18961086, 0.16302977, 0.21265975, \\ & \quad \quad \quad 0.19747425, 0.23722537] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Firefly}[2] = & \quad [0.37474329, 0.23110179, 0.07921786, \\ & \quad \quad \quad 0.14503691, 0.16990015] \end{aligned}$$

$$Firefly[3] = [0.188603, 0.18666135, 0.19574453, 0.22594608, \\ 0.20304503]$$

$$Firefly[4] = [0.33113427, 0.16964118, 0.23445128, \\ 0.09779988, 0.16697339]$$

$$Firefly[5] = [0.06840031, 0.33730222, 0.03971462, \\ 0.27201221, 0.28257064]$$

- $IN = 2$

$$Firefly[1] = [0.03341756, 0.18120772, 0.29813358, \\ 0.19878139, 0.28845976]$$

$$Firefly[2] = [0.13889326, 0.22359529, 0.3152332, 0.28043752, \\ 0.04184073]$$

$$Firefly[3] = [0.18867786, 0.05528038, 0.2430996, 0.2776111, \\ 0.23533106]$$

$$Firefly[4] = [0.31648046, 0.10318411, 0.03159232, \\ 0.21419481, 0.33454829]$$

$$Firefly[5] = [0.12441338, 0.20996142, 0.26697845, \\ 0.26804198, 0.13060477]$$

3. Perhitungan *Fitness*

Perhitungan *fitness* akan dilakukan menggunakan

$$I(x) = \begin{cases} \frac{1}{1 + f(x)}, & f(x) > 0 \\ 1 + |f(x)|, & \text{lain - lain} \end{cases} \quad (3.11)$$

Dimana $f(x)$ adalah fungsi objektif yang telah ditentukan sebelumnya sesuai dengan (3.4). Dalam contoh ini, λ yang akan digunakan 0,5. Selanjutnya hitung fungsi menggunakan *Expected return*, Kovarians yang telah dihitung sebelumnya pada Tabel 3.3 dan Tabel 3.4, sehingga diperoleh nilai *fitness* untuk tiap iterasi adalah sebagai berikut.

- $IN = 1$

$$Firefly[1] = 1.0044935437652043$$

$$Firefly[2] = 0.995354960704396$$

$$Firefly[3] = 1.0052603553504855$$

$$Firefly[4] = 0.9992766767373233$$

$$Firefly[5] = 1.0077420558081744$$

- $IN = 2$

$$Firefly[1] = 1.009272488993916$$

$$Firefly[2] = 1.0117663603478246$$

$$Firefly[3] = 1.0031742162767556$$

$$Firefly[4] = 0.9928844142577842$$

$$Firefly[5] = 1.009897234568986$$

4. Pembaruan Posisi *Firefly*.

Pergerakan *Firefly* i menuju *Firefly* yang memiliki fitness lebih tinggi j dihitung seperti pada implementasi Algoritma *Firefly* asli.

$$x_i(t + 1) = x_i(t) + \beta_0 e^{-\gamma r^2} (x_j(t) - x_i(t)) + \alpha \left(rand - \frac{1}{2} \right) \quad (3.12)$$

di mana $x_i(t + 1)$ adalah solusi baru yang dihasilkan dalam iterasi $(t + 1)$, β_0 adalah daya tarik pada $r = 0$, α adalah parameter acak, $rand$ adalah angka acak yang diambil dari distribusi seragam atau *Gaussian*, dan $r_{i,j}$ adalah jarak antara *Firefly* i dan j .

Dalam contoh ini, pada iterasi pertama, *firefly*[1] akan bergerak menuju *firefly*[3] sesuai dengan persamaan (3.17). Jika nilai yang diperoleh lebih besar daripada nilai *firefly*[1] sebelum pembaruan posisi, maka nilai *firefly*[1] yang lama akan digantikan dengan nilai yang baru. Namun, jika nilai yang diperoleh lebih kecil atau sama, maka nilai *firefly*[1] akan tetap. Hal ini berlaku juga untuk setiap *firefly* lainnya dalam populasi dan akan berlanjut pada iterasi selanjutnya.

- $IN = 1$

$$Firefly[1] = [0.06775617, 0.55712941, 0.06775617, 0.16049561, 0.14686263]$$

$$fitness[1] = 1.013638$$

$$Firefly[2] = [0.18555517, 0.29966864, 0.12035371, 0.21055216, 0.18387032]$$

$$fitness[2] = 1.006523$$

$$Firefly[3] = [0.17112042, 0.53583475, 0.02267226, 0.12769421, 0.14267836]$$

$fitness[3] = 1.010235$
 $Firefly[4] = [0.27108222, 0.20004722, 0.28762496, 0.22426266, 0.01698294]$
 $fitness[4] = 1.006343$
 $Firefly[5] = [0.02133381, 0.61263434, 0.09285914, 0.05665691, 0.2165158]$
 $fitness[5] = 1.014235$

- $IN = 2$

$Firefly[1] = [0.02372415, 0.1085166, 0.36386174, 0.31670281, 0.1871947]$
 $fitness[1] = 1.010781$
 $Firefly[2] = [0.13889326, 0.22359529, 0.3152332 , 0.28043752, 0.04184073]$
 $fitness[2] = 1.011766$
 $Firefly[3] = [0.09837486, 0.14401492, 0.29802776, 0.18448421, 0.27509825]$
 $fitness[3] = 1.007604$
 $Firefly[4] = [0.09800284, 0.01306003, 0.20175907, 0.35105265, 0.33612541]$
 $fitness[4] = 1.003247$
 $Firefly[5] = [0.12441338, 0.20996142, 0.26697845, 0.26804198, 0.13060477]$
 $fitness[5] = 1.009897$

5. Pemilihan Solusi Terbaik.

Solusi terbaik dipilih berdasarkan nilai fitness tertinggi yang diperoleh setelah seluruh iterasi terpenuhi.

Dalam kasus ini nilai fitness tertinggi ada pada iterasi ke-1 untuk *firefly*[5] yaitu sebesar 1,014235 dengan bobot.

Tabel 3.5 Bobot 5 Saham

GOTO	HMSP	ITMG	ASII	BRPT
0,02133	0,61263	0,09285	0,05665	0,2165

Dengan bobot yang diperoleh, dengan menggunakan (2.6) dan (2.9) portofolio 5 saham menghasilkan risiko = 0.0002 dan *expected return* = 0.0286.