

### BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Pada bagian ini diuraikan tahapan-tahapan penelitian yang akan dilakukan untuk mencapai tujuan dari penelitian, yaitu:

1. Pemahaman konsep dan studi literatur

Pada tahapan ini dilakukan pemahaman konsep dan kajian studi literatur sumber-sumber pustaka mengenai pewarnaan simpul dan bilangan kromatik simpul pada graf sederhana serta operasi korona pada graf sederhana terutama graf lengkap  $K_n$  dan graf bintang  $K_{1,m}$ .

Berdasarkan kajian studi literatur diperoleh hasil bahwa Simanjuntak dan Mulyono (2021) telah melakukan penelitian tentang pola bilangan kromatik simpul dari graf hasil operasi korona graf lingkaran dan graf kubik, yaitu  $\chi(C_n \odot Q_m)$  dan  $\chi(Q_m \odot C_n)$ . Selain itu, Mohan, dkk. (2017) melakukan penelitian untuk menentukan pewarnaan total dari graf hasil operasi korona graf  $G$  dan graf  $H$ , di mana graf  $G$  merupakan *total colorable graph* dan graf  $H$  merupakan graf siklik, graf lengkap, ataupun graf bipartit. Akan tetapi sejauh penelusuran belum ada yang membahas studi tentang bilangan kromatik simpul hasil operasi korona graf lengkap dan graf bintang.

2. Observasi

Pada tahapan ini dilakukan observasi dengan langkah-langkah seperti berikut:

- a. Mengonstruksi graf hasil operasi korona antara graf lengkap  $K_n$  dan graf bintang  $K_{1,m}$  ( $K_n \odot K_{1,m}$ ), serta graf hasil operasi korona antara graf bintang  $K_{1,m}$  dan graf lengkap  $K_n$  ( $K_{1,m} \odot K_n$ ) untuk beberapa nilai  $n$  dan  $m$ .

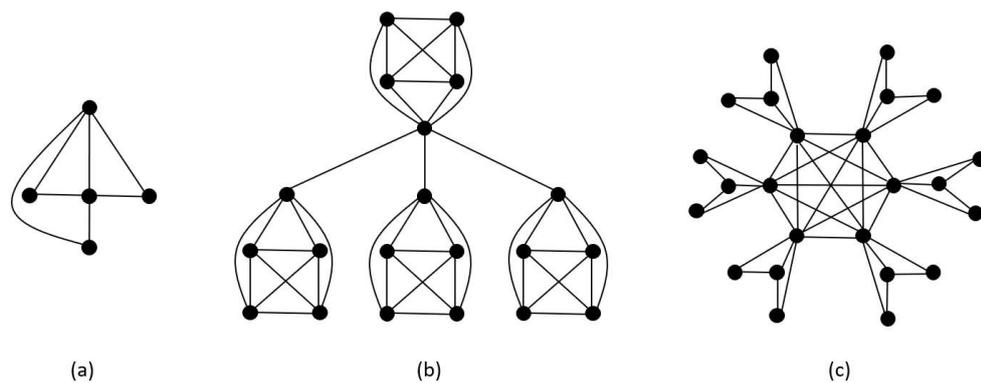
Graf hasil operasi korona yang dikonstruksi diantaranya terdapat pada Tabel 3.1 dengan beberapa representasi graf terdapat pada Gambar 3.1.

Tabel 3. 1.

*Graf yang dikonstruksi*

$(K_n \odot K_{1,m})$	$(K_{1,m} \odot K_n)$
$(K_1 \odot K_{1,1})$	$(K_{1,1} \odot K_1)$
$(K_1 \odot K_{1,2})$	$(K_{1,1} \odot K_2)$

$(K_1 \odot K_{1,3})$	$(K_{1,1} \odot K_3)$
:	:
$(K_1 \odot K_{1,6})$	$(K_{1,1} \odot K_6)$
$(K_2 \odot K_{1,1})$	$(K_{1,2} \odot K_1)$
$(K_2 \odot K_{1,2})$	$(K_{1,2} \odot K_2)$
:	:
$(K_2 \odot K_{1,6})$	$(K_{1,2} \odot K_6)$
$(K_3 \odot K_{1,2})$	$(K_{1,3} \odot K_1)$
:	:
$(K_6 \odot K_{1,6})$	$(K_{1,6} \odot K_6)$

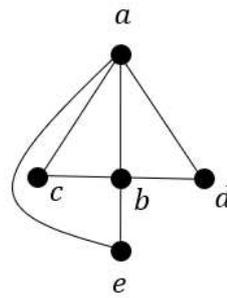


Gambar 3. 1. (a)  $K_1 \odot K_{1,3}$ , (b)  $K_{1,3} \odot K_6$ , (c)  $K_6 \odot K_{1,2}$

- b. Mengkaji struktur dari graf hasil operasi korona  $K_n \odot K_{1,m}$  dan  $K_{1,m} \odot K_n$ , yaitu dengan mengidentifikasi banyak sisi, banyak simpul, dan derajat simpul terbesar pada graf  $K_n \odot K_{1,m}$  dan  $K_{1,m} \odot K_n$ .
- c. Menentukan bilangan kromatik simpul graf  $K_n \odot K_{1,m}$  dan  $K_{1,m} \odot K_n$ .

Menggunakan algoritma Welch-Powell, ditentukan bilangan kromatik simpul hasil operasi korona graf-graf  $(K_1 \odot K_{1,1}), \dots, (K_6 \odot K_{1,6})$  dan  $(K_{1,1} \odot K_1), \dots, (K_{1,6} \odot K_6)$  pada bagian a.

Sebagai contoh, berikut tahapan-tahapan pewarnaan simpul pada graf hasil operasi korona  $K_1 \odot K_{1,3}$ . Gambar 3.2 merupakan ilustrasi graf hasil operasi korona  $K_1 \odot K_{1,3}$ .



Gambar 3. 2. Graf  $K_1 \odot K_{1,3}$

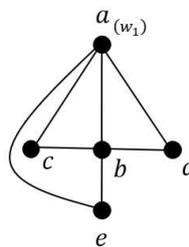
- 1) Mengurutkan simpul dari derajat terbesar.

Tabel 3. 2.

*Urutan simpul dari derajat terbesar*

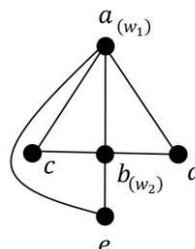
Urutan	1	2	3	4	5
Simpul	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$
Derajat	4	4	2	2	2

- 2) Diperoleh bahwa simpul dengan derajat paling besar adalah simpul  $a$  dan  $b$ . Warna pertama, yaitu  $w_1$  digunakan untuk mewarnai simpul  $a$  seperti pada Gambar 3.3.



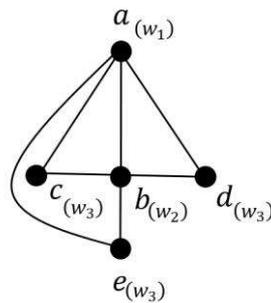
Gambar 3. 3. Pewarnaan pertama

- 3) Simpul lainnya yang memiliki derajat tertinggi yaitu simpul  $b$  diwarnai dengan  $w_2$ . Ilustrasi pewarnaan simpul  $b$  terdapat pada Gambar 3.4.



Gambar 3. 4. Pewarnaan kedua

- 4) Terdapat tiga buah simpul yang belum terwarnai, yaitu simpul  $c$ ,  $d$  dan  $e$  yang memiliki besar derajat sama. Karena simpul  $c$ ,  $d$  dan  $e$  tidak saling bertetangga, maka simpul  $c$ ,  $d$  dan  $e$  dapat diwarnai dengan warna yang sama, yaitu  $w_3$ . Ilustrasi pewarnaan simpul  $c$ ,  $d$ , dan  $e$  terdapat pada Gambar 3.5.



Gambar 3. 5. Pewarnaan ketiga

Dari keempat langkah di atas diperoleh pewarnaan simpul minimum untuk graf  $K_1 \odot K_{1,3}$  adalah sebanyak tiga warna seperti pada Gambar 3.5. Jadi, bilangan kromatik simpul pada graf  $K_1 \odot K_{1,3}$  adalah  $\chi(K_1 \odot K_{1,3}) = 3$ .

- d. Mengamati pola bilangan kromatik simpul graf  $K_n \odot K_{1,m}$  dan  $K_{1,m} \odot K_n$ .
- Bilangan kromatik simpul pada graf hasil operasi korona  $(K_1 \odot K_{1,1}), \dots, (K_6 \odot K_{1,6})$  dan  $(K_{1,1} \odot K_1), \dots, (K_{1,6} \odot K_6)$  pada bagian c akan menghasilkan suatu pola bilangan kromatik simpul hasil operasi korona graf lengkap dan graf bintang secara umum, yang kemudian dijadikan sebagai suatu hipotesis.
- e. Menentukan hipotesis bilangan kromatik simpul graf  $K_n \odot K_{1,m}$  dan  $K_{1,m} \odot K_n$ .
- Setelah mendapatkan pola bilangan kromatik simpul secara umum pada graf  $K_n \odot K_{1,m}$  dan  $K_{1,m} \odot K_n$ , selanjutnya ditentukan hipotesis bilangan kromatik simpul graf  $K_n \odot K_{1,m}$  dan  $K_{1,m} \odot K_n$  berdasarkan pola tersebut.
- f. Membuktikan hipotesis bilangan kromatik simpul dari graf hasil operasi korona  $K_n \odot K_{1,m}$  dan  $K_{1,m} \odot K_n$  dengan menggunakan Teorema 2.4 dan Akibat 2.1, serta dengan menentukan algoritma pewarnaan simpul sedemikian sehingga selalu dapat diperoleh pewarnaan simpul minimum

untuk graf  $K_n \odot K_{1,m}$  dan  $K_{1,m} \odot K_n$  dengan  $n = 1, 2, \dots, k$  dan  $m = 1, 2, \dots, p$ .

3. Mengonstruksi program visualisasi pewarnaan simpul untuk graf  $K_n \odot K_{1,m}$  dan  $K_{1,m} \odot K_n$  dengan langkah-langkah:
  - a. Merancang algoritma program visualisasi pewarnaan simpul graf  $K_n \odot K_{1,m}$  dan  $K_{1,m} \odot K_n$  dalam bentuk *flowchart*.
  - b. Membuat GUI (*Graphical User Interface*) pada Matlab sebagai tampilan pada saat menjalankan program.
  - c. Membuat *script* program pada Matlab berdasarkan algoritma yang telah dirancang.
4. Membuat kesimpulan

Setelah melakukan observasi dan mengonstruksi program visualisasi pewarnaan simpul untuk graf  $K_n \odot K_{1,m}$  dan  $K_{1,m} \odot K_n$ , selanjutnya dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hipotesis yang telah dibuktikan, serta menyimpulkan bagaimana langkah-langkah yang perlu dilakukan untuk mengonstruksi program visualisasi pewarnaan simpul graf  $K_n \odot K_{1,m}$  dan  $K_{1,m} \odot K_n$ .