

**BILANGAN KROMATIK SIMPUL HASIL OPERASI KORONA
GRAF LENGKAP DAN GRAF BINTANG**

SKRIPSI

Diajukan untuk memenuhi sebagian syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika



Oleh:

Mustika Asmarani

1904918

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA
2023**

LEMBAR HAK CIPTA

**BILANGAN KROMATIK SIMPUL HASIL OPERASI KORONA GRAF
LENGKAP DAN GRAF BINTANG**

Oleh:

Mustika Asmarani

1904918

Diajukan untuk memenuhi sebagian syarat untuk memperoleh gelar Sarjana
Matematika pada Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

© Mustika Asmarani 2023

Universitas Pendidikan Indonesia

Agustus 2023

Hak Cipta dilindungi undang-undang.

Skripsi ini tidak boleh diperbanyak seluruhnya atau sebagian dengan dicetak
ulang, difotokopi, atau cara lainnya tanpa izin penulis.

Mustika Asmarani, 2023

BILANGAN KROMATIK SIMPUL HASIL OPERASI KORONA GRAF LENGKAP DAN GRAF BINTANG
Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

LEMBAR PENGESAHAN

MUSTIKA ASMARANI

**BILANGAN KROMATIK SIMPUL HASIL OPERASI KORONA GRAF
LENGKAP DAN GRAF BINTANG**

Disetujui dan disahkan oleh pembimbing:

Pembimbing I



Dr. Kartika Yulianti, M.Si.

NIP. 198207282005012001

Pembimbing II



Dr. Endang Cahya M. A., M.Si.

NIP. 196506221990011001

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



Dr. Kartika Yulianti, M.Si.

NIP. 198207282005012001

BILANGAN KROMATIK SIMPUL HASIL OPERASI KORONA GRAF LENGKAP DAN GRAF BINTANG

ABSTRAK

Matematika merupakan suatu ilmu yang memiliki banyak teori dan berperan penting dalam memberikan alternatif penyelesaian berbagai persoalan. Salah satu teori matematika yang memiliki peran penting dalam penyelesaian masalah yaitu teori graf. Terdapat beberapa jenis graf, di antaranya yaitu graf siklik, graf lintasan, graf bipartit, graf lengkap dan graf bintang. Beberapa objek penelitian yang terdapat pada teori graf yaitu pewarnaan simpul dan bilangan kromatik. Terdapat beberapa cara untuk mengoperasikan graf sehingga menghasilkan suatu graf baru. Operasi tersebut salah satunya adalah operasi korona. Tujuan dari penelitian ini yaitu menentukan bilangan kromatik dari hasil operasi korona graf lengkap dengan graf bintang. Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, bilangan kromatik simpul hasil operasi korona graf lengkap K_n dan graf bintang $K_{1,m}$ ($K_n \odot K_{1,m}$) adalah

$$\chi(K_n \odot K_{1,m}) = \begin{cases} 3, & n = 1, 2 \\ n, & n = 3, 4, \dots, k \end{cases}$$

dan bilangan kromatik simpul hasil operasi korona graf bintang $K_{1,m}$ dan graf lengkap K_n ($K_{1,m} \odot K_n$) adalah

$$\chi(K_{1,m} \odot K_n) = n + 1, \quad n = 1, 2, \dots, k.$$

Memanfaatkan perkembangan teknologi untuk mempermudah visualisasi pewarnaan simpul untuk graf $K_n \odot K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \odot K_n$, dapat dikonstruksi program untuk visualisasi pewarnaan simpul menggunakan *software* Matlab R2022a.

Kata Kunci: Teori graf, graf lengkap, graf bintang, bilangan kromatik, operasi korona.

THE VERTEX CHROMATIC NUMBER OF CORONA OPERATIONS OF COMPLETE GRAPHS AND STAR GRAPHS

ABSTRACT

Mathematics is science that has many theories and gives an important contribution to provide alternative solutions to various problems. One of the theories is graph theory. There are several types of graphs, including cyclic graphs, path graphs, bipartite graphs, complete graphs and star graphs. Several research objects found in graph theory are vertex coloring and chromatic numbers. There are several ways to operate a graph to produce a new graph. One of these operations is corona operation. The aim of this research is to determine the chromatic numbers for a graph operating on a corona complete graph with a star graph. Based on this research, the vertex chromatic numbers resulting from corona operation on a complete graph K_n and a star graph $K_{1,m}$ ($K_n \odot K_{1,m}$) are

$$\chi(K_n \odot K_{1,m}) = \begin{cases} 3, & n = 1, 2 \\ n, & n = 3, 4, \dots, k \end{cases}$$

and the vertex chromatic number resulting from the corona operation of a star graph $K_{1,m}$ and a complete graph K_n ($K_{1,m} \odot K_n$) is

$$\chi(K_{1,m} \odot K_n) = n + 1, \quad n = 1, 2, \dots, k.$$

Utilizing technological developments to simplify the visualization of vertex coloring for graph $K_n \odot K_{1,m}$ and $K_{1,m} \odot K_n$, a program for visualizing vertex coloring can be constructed using Matlab R2022a software.

Keywords: *Graph theory, complete graph, star graph, chromatic number, corona operation.*

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN	i
LEMBAR PERNYATAAN	ii
KATA PENGANTAR	iii
UCAPAN TERIMA KASIH	iv
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR TABEL	xi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian.....	4
1.4 Manfaat Penelitian.....	4
1.5 Sistematika Penulisan.....	4
BAB II KAJIAN TEORI	6
2.1 Terminologi Dasar Graf	6
2.2 Jenis-Jenis Graf	8
2.2.1 Graf Lengkap.....	8
2.2.2 Graf Bipartit	8
2.2.3 Graf Bintang.....	9
2.3 Operasi Korona pada Graf.....	10
2.4 Pewarnaan Graf.....	11
2.4.1 Pewarnaan Simpul pada Graf.....	11
2.4.2 Bilangan Kromatik Graf Lengkap dan Graf Bintang	15
2.4.3 Algoritma Welch-Powell.....	18
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	21
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	26
4.1 Mengonstruksi Graf $K_n \odot K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \odot K_n$	26
4.1.1 Mengonstruksi Graf $K_n \odot K_{1,m}$	26
4.1.2 Mengonstruksi Graf $K_{1,m} \odot K_n$	30
4.2 Struktur Graf $K_n \odot K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \odot K_n$	34

4.2.1 Mengamati Struktur Graf $K_n \odot K_{1,m}$	34
4.2.2 Mengamati Struktur Graf $K_{1,m} \odot K_n$	35
4.3 Pola Bilangan Kromatik Simpul Graf $K_n \odot K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \odot K_n$	35
4.3.1 Menentukan Pola Bilangan Kromatik Simpul Graf $K_n \odot K_{1,m}$	36
4.3.2 Menentukan Pola Bilangan Kromatik Simpul Graf $K_{1,m} \odot K_n$	40
4.4 Hipotesis Bilangan Kromatik Simpul Graf $K_n \odot K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \odot K_n$	42
4.5 Bilangan Kromatik Simpul Graf $K_n \odot K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \odot K_n$	43
4.5.1 Bilangan Kromatik Simpul Graf $K_n \odot K_{1,m}$	43
4.5.2 Bilangan Kromatik Simpul Graf $K_{1,m} \odot K_n$	48
4.6 Program Visualisasi Pewarnaan Simpul Graf $K_n \odot K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \odot K_n$...	51
4.6.1 Matlab	51
4.6.2 Algoritma Program Visualisasi Pewarnaan Simpul Graf $K_n \odot K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \odot K_n$	51
4.6.3 Mengonstruksi <i>Graphical User Interface</i> (GUI) untuk Program Visualisasi Pewarnaan Simpul Graf $K_n \odot K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \odot K_n$	54
4.6.4 Mengonstruksi Program Visualisasi Pewarnaan Simpul Graf $K_n \odot K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \odot K_n$	59
BAB V PENUTUP	67
5.1 Kesimpulan	67
5.2 Saran	67
DAFTAR PUSTAKA	68
LAMPIRAN	70

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1. Simpul f adalah <i>isolated vertex</i> dan simpul c adalah <i>pendant vertex</i>	6
Gambar 2. 2. (a) Graf dengan sisi ganda dan <i>loop</i> , (b) Graf nol.....	7
Gambar 2. 3. Graf G dengan matriks ketetanggannya	7
Gambar 2. 4. (a) Graf lengkap K_3 , (b) Graf lengkap K_5	8
Gambar 2. 5. (a) Graf bipartit, (b) Graf bipartit lengkap $K_{2,4}$	9
Gambar 2. 6. (a) Graf bintang $K_{1,4}$, (b) Graf bintang $K_{1,6}$	9
Gambar 2. 7. (a) Graf bintang $K_{1,3}$, (b) Graf lengkap K_3	10
Gambar 2. 8. Graf hasil operasi korona $K_{1,3} \odot K_3$	10
Gambar 2. 9. (a) Graf lengkap K_3 , (b) Graf bintang $K_{1,3}$	11
Gambar 2. 10. Graf hasil operasi korona $K_3 \odot K_{1,3}$	11
Gambar 2. 11. Contoh pewarnaan simpul pada graf K_5	12
Gambar 2. 12. Contoh pewarnaan minimum pada graf	13
Gambar 2. 13. Contoh pewarnaan simpul graf G dan subgraf H	13
Gambar 2. 14. Contoh pewarnaan simpul graf M berdasarkan derajat simpul terbesar	15
Gambar 2. 15. Contoh pewarnaan graf lengkap K_4	16
Gambar 2. 16. Contoh pewarnaan graf bipartit.....	17
Gambar 2. 17. Contoh pewarnaan graf bintang $K_{1,4}$	17
Gambar 2. 18. Graf sederhana G	18
Gambar 2. 19. Pewarnaan pertama	19
Gambar 2. 20. Pewarnaan kedua.....	19
Gambar 2. 21. Pewarnaan ketiga	20
Gambar 3. 1. (a) $K_1 \odot K_{1,3}$, (b) $K_{1,3} \odot K_6$, (c) $K_6 \odot K_{1,2}$	22
Gambar 3. 2. Graf $K_1 \odot K_{1,3}$	23
Gambar 3. 3. Pewarnaan pertama	23
Gambar 3. 4. Pewarnaan kedua.....	23
Gambar 3. 5. Pewarnaan ketiga	24
Gambar 4. 1. Sebuah graf K_4 dan empat buah duplikat graf $K_{1,3}$	27
Gambar 4. 2. Graf $K_4 \odot K_{1,3}$	27
Gambar 4. 3. Sebuah graf $K_{1,3}$ dan empat buah duplikat graf K_3	30
Gambar 4. 4. Graf $K_{1,3} \odot K_3$	31
Gambar 4. 5. Pewarnaan simpul graf $K_1 \odot K_{1,3}$	47
Gambar 4. 6. Pewarnaan simpul graf $K_2 \odot K_{1,3}$	47
Gambar 4. 7. Pewarnaan simpul graf $K_6 \odot K_{1,3}$	48
Gambar 4. 8. Pewarnaan simpul graf $K_{1,3} \odot K_5$	50
Gambar 4. 9. <i>Flow chart</i> program visualisasi graf $K_n \odot K_{1,m}$	52
Gambar 4. 10. <i>Flow chart</i> program visualisasi graf $K_{1,m} \odot K_n$	53
Gambar 4. 11. Lembar kerja untuk membuat GUI	54
Gambar 4. 12. <i>Static Text</i>	55
Gambar 4. 13. <i>Inspesctor properties Static Text</i>	55
Gambar 4. 14. Penambahan judul pada GUI	56

Gambar 4. 15. <i>Button Group</i>	56
Gambar 4. 16. <i>Button Group Input</i>	57
Gambar 4. 17. <i>Push Button</i>	57
Gambar 4. 18. <i>Button Group</i>	58
Gambar 4. 19. <i>Button Group Output</i>	58
Gambar 4. 20. Tampilan GUI ketika program dijalankan	58
Gambar 4. 21. Keluaran program visualisasi untuk graf $K_n \odot K_{1,m}$	62
Gambar 4. 22. Keluaran program visualisasi untuk graf $K_3 \odot K_{1,4}$	66

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Urutan simpul dari derajat terbesar.....	19
Tabel 3. 1 Graf yang dikonstruksi.....	21
Tabel 3. 2 Urutan simpul dari derajat terbesar.....	23
Tabel 4. 1 Gambar beberapa graf $K_n \odot K_{1,m}$	27
Tabel 4. 2 Gambar beberapa graf $K_{1,m} \odot K_n$	31
Tabel 4. 3 Bilangan kromatik simpul graf $K_n \odot K_{1,m}$ untuk beberapa nilai n	36
Tabel 4. 4 Bilangan kromatik simpul graf $K_{1,m} \odot K_n$ untuk beberapa nilai n	40
Tabel 4. 5 Pola matriks ketetanggaan graf $K_3 \odot K_{1,5}$	60
Tabel 4. 6 Pola matriks ketetanggaan graf $K_3 \odot K_{1,5}$	64

DAFTAR PUSTAKA

- Asratian, A. S., Denley, T. M. J., & Häggkvist, R. (1998). *Bipartite Graphs and Their Applications* (Vol. 131). Cambridge University Press.
- Buhaerah, Busrah, Z., & Sanjaya, H. (2022). *Teori Graf dan Aplikasinya*. LSQ.
- Farhannurriyki. (2019). *Rancang Bangun Estimator Waktu untuk Menghafal Al-Qur'an Berbasis Matlab*. Universitas Islam Negeri Walisongo.
- Firdaus, M. (2020). *Aplikasi Pewarnaan Graf Menggunakan Algoritma Welch-Powell Pada Penyusunan Jadwal Mata Kuliah Program Studi Matematika di Universitas Islam Negeri Sunan Ampel Surabaya*. Universitas Islam Negeri Sunan Ampel.
- Firmansyah, & Mujib, A. (2020). Bilangan Kromatik Graf Corona $C_n \odot C_m$. *Seminar Hasil Penelitian Universitas Muslim Nusantara Al Washliyah & Universiti Sultan Zainal Abidin*, 474-480.
- Gani, R. R. (2018). *Penerapan Pewarnaan Titik pada Graf untuk Menyusun Jadwal Pelajaran (Studi Kasus MI Al Wathoniyah 02 Semarang)*. Universitas Negeri Semarang.
- Goodaire, E. G., & Parmenter, M. M. (2002). *Discrete Mathematics with Graph Theory* (Second Edition). Prentice-Hall.
- Gross, J. L., & Yellen, J. (2006). *Graph Theory and Its Applications*. CRC Press.
- Harary, F., & Frucht, R. (1970). *On The Corona of Two Graph*. *Aequationes Mathematicae*, 322-325.
- Hasmawati. (2015). Bahan Ajar Teori Graf. In *Repository Universitas Hasanuddin*. Repository Universitas Hasanuddin.
- Hasmawati. (2020). *Pengantar dan Jenis-Jenis Graf*. UPT Unhas Press.
- Liandari, E. F. (2021). *Titik dan Sisi Penutup Minimal pada Graf Segitiga Sierpinski*. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
- Maro, L., & Banabera, C. (2020). Pewarnaan Titik pada Korona Graf Kipas dengan Graf Kipas dan Graf Buku Segitiga dengan Graf Buku Segitiga Berorder Sama. *Axiomath: Jurnal Matematika Dan Aplikasinya*, 2(2), 16–20.

- Mohan, S., Geetha, J., & Somasundaram, K. (2017). Total Coloring of The Corona Product of Two Graphs. *Australasian Journal of Combinatoric*, 68(1), 15–22.
- Munir, R. (2010). *Matematika Diskrit Revisi Keempat*. Informatika Bandung.
- Noviansyah, M. (2019). Pengenalan Dasar Matlab. In *Repository Universitas BSI*. Repository Universitas BSI.
- Rahayuningsih, S. (2018). *Teori Graph dan Penerapannya*. Unidha Press.
- Sahyar. (2016). *Algoritma & Pemrograman Menggunakan Matlab (Matrix Laboratory)*. Kencana.
- Saputro, H. D. (2015). *Dominating Set pada Hasil Operasi Graf Khusus dan Aplikasinya*. Universitas Jember.
- Simanjuntak, S., & Mulyono. (2021). Bilangan Kromatik Hasil Operasi Korona Graf Lingkaran dan Graf Kubik. *Karismatika*, 7(2), 25–31.
- Sulistyowati, H. (2003). *Bilangan Kromatik dan Graf Kritis*. Universitas Jember.
- Umilasari, R. (2015). *Bilangan Dominasi Jarak Dua pada Graf-Graf Hasil Operasi Korona dan Comb*. Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- West, D. B. (2001). *Introduction to Graph Theory* (Second Edition). Prentice-Hall.
- Wilson, R. J. (2010). *Pengantar Teori Graf* (Edisi Kelima). Erlangga.
- Wiyoso, W. (2006). *Pengendali PID dengan GUI (Graphical User Interface) Matlab*. Universitas Islam Indonesia.