

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Penelitian

Pembelajaran matematika di tingkat Sekolah Menengah Atas (SMA) meliputi beberapa topik salah satunya adalah aljabar. Hal ini sesuai dengan lampiran Permendikbud No. 008 Tahun 2022 tentang Capaian Pembelajaran Pada Pendidikan Anak Usia Dini, Jenjang Pendidikan Dasar dan Jenjang Pendidikan Menengah pada Kurikulum Merdeka yang menyatakan bahwa materi pembelajaran pada mata pelajaran matematika di setiap jenjang sekolah meliputi bidang kajian: Bilangan, Aljabar, Pengukuran, Geometri, Analisis Data dan Peluang, dan Kalkulus (sebagai pilihan untuk kelas XI dan XII).

Aljabar merupakan topik yang esensial dalam matematika karena penerapannya sangat mendasar dan terintegrasi dengan konsep matematika lainnya (Usiskin, 1995). Selain itu, aljabar berperan untuk pencapaian pada domain matematika lainnya seperti geometri analitik, kalkulus dan statistik. Aljabar tidak hanya berfungsi sebagai bahasa untuk sains, tetapi juga sebagai pintu gerbang menuju matematika tingkat lanjut dan pendidikan tinggi (Jupri, Drijvers, & Den, 2014). Ini berarti bahwa pembelajaran dan pemahaman siswa mengenai aljabar sangat penting.

Bidang kajian Aljabar di SMA membahas tentang aljabar informal dalam bentuk simbol gambar sampai dengan aljabar formal dalam bentuk simbol huruf yang mewakili bilangan tertentu dalam subelemen persamaan dan pertidaksamaan, relasi dan pola bilangan, serta rasio dan proporsi. Dari beberapa kajian aljabar, pertidaksamaan merupakan suatu topik yang akan dipelajari oleh siswa. Hal ini sejalan dengan Tsamir dan Bazzini (2004) yang menyatakan bahwa subjek persamaan dan pertidaksamaan berperan penting dalam cabang aljabar dan menjadi fokus dari banyak topik geometri. Keberhasilan mempelajari pertidaksamaan akan memudahkan dalam pembelajaran konsep matematika selanjutnya (Pratiwi & Rosjanuardi, 2020). Hal ini dikarenakan pertidaksamaan akan digunakan pada fungsi seperti nilai

mutlak, bilangan bulat terbesar, eksponensial, logaritma, trigonometri, linier, nonlinier dan rasional (Cetin, 2022).

Siswa harus belajar untuk merepresentasikan situasi termasuk subjek persamaan dan pertidaksamaan serta memecahkan bentuk persamaan, dan pertidaksamaan yang setara dengan membangun maknanya (NCTM, 2000). Selain itu dalam dokumen *American Standards* menetapkan bahwa semua siswa di kelas 9-12 harus belajar untuk merepresentasikan situasi yang melibatkan persamaan, pertidaksamaan dan matriks (NCTM, 1989). Mereka lebih lanjut merekomendasikan siswa harus "memahami arti dari bentuk persamaan, pertidaksamaan dan sistem persamaan yang setara dan menyelesaikannya dengan lancar" (NCTM, 2000). Untuk menerapkan rekomendasi NCTM ini, sangat penting mempertimbangkan cara berpikir siswa tentang pertidaksamaan, khususnya dalam pertidaksamaan rasional.

Pertidaksamaan rasional merupakan salah satu topik matematika di bidang aljabar. Hal ini sejalan dengan Herlita et al (2022) yang menyatakan bahwa materi pertidaksamaan rasional merupakan bidang aljabar yang melibatkan prinsip penyelesaian tertentu dan banyak menggunakan aturan operasi aljabar. Pertidaksamaan rasional merupakan bagian dari materi pertidaksamaan yang dipelajari di sekolah. Pertidaksamaan memiliki beberapa bentuk, misalnya pertidaksamaan rasional dan pertidaksamaan irasional, selain itu pertidaksamaan juga memuat unsur-unsur matematis seperti ekspresi aljabar, simbol, dan lainnya.

Beberapa ekspresi aljabar dalam pertidaksamaan biasanya dihubungkan dengan menggunakan simbol $<$, \leq , $>$, \geq . Salah satu topik dalam pertidaksamaan adalah pertidaksamaan rasional. Sebagian besar buku yang digunakan siswa mengacu pada pertidaksamaan rasional sebagai pertidaksamaan dalam bentuk pecahan. Bentuk umum dari pertidaksamaan rasional yaitu $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$, $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$, $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$, $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ di mana $f(x)$ dan $g(x)$ adalah fungsi dari x , $g(x) \neq 0 \forall x \in R$. Dalam menyelesaikan pertidaksamaan rasional yang terdiri dari berbagai bentuk tersebut tentunya terdapat strategi-strategi atau langkah penyelesaian yang dapat digunakan.

Putri et al (2019) mengungkapkan langkah-langkah penyelesaian dalam menyelesaikan permasalahan pertidaksamaan rasional yaitu: 1) membuat ruas kanan pertidaksamaan nol lalu difaktorkan, 2) menentukan titik uji dengan menyamakan tiap faktor dengan nol, lalu meletakkan titik uji pada suatu garis bilangan, 3) menentukan tanda setiap daerah yang dibatasi titik uji pada garis bilangan baik tanda positif maupun tanda negatif, dengan menyubtitusikan titik uji pada pertidaksamaan dan menentukan tandanya, 4) menentukan daerah yang memenuhi penyelesaian yaitu daerah pada garis bilangan yang tandanya sama dengan pertidaksamaannya. Memecahkan permasalahan mengenai pertidaksamaan rasional berarti menemukan semua kemungkinan nilai variabel yang membuat kalimat terbuka menjadi benar, sehingga dalam proses penyelesaiannya terdapat kemampuan-kemampuan yang harus dimiliki siswa agar hasil yang diperoleh menjadi benar, salah satu kemampuan yang penting dalam proses penyelesaiannya tersebut adalah kemampuan pemecahan masalah.

Kemampuan pemecahan masalah merupakan salah satu kemampuan yang harus dimiliki oleh siswa. Hal ini ditegaskan dalam kurikulum pendidikan di Indonesia mengenai salah satu tujuan mata pelajaran matematika yaitu memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematis, menyelesaikan model atau menafsirkan solusi yang diperoleh (pemecahan masalah matematis). Selain itu, pada pergantian abad ke-21, *National Research Council* (2001) menerbitkan *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics* yang mendefinisikan kemahiran matematika atau *mathematical proficiency* yang memiliki lima komponen yang saling terkait yaitu: pemahaman konsep (*conceptual understanding*), kelancaran prosedural (*procedural fluency*), kompetensi strategis (*strategic competence*) yang tidak lain adalah pemecahan masalah, penalaran adaptif (*adaptive reasoning*) dan disposisi produktif (*productive disposition*). NCTM (2000) juga menetapkan lima standar kemampuan matematis yang harus dimiliki siswa yaitu kemampuan pemecahan masalah (*problem solving*), kemampuan komunikasi (*communication*), kemampuan koneksi (*connection*), kemampuan penalaran (*reasoning*) dan kemampuan representasi

(*representation*). Kelima komponen tersebut dapat dikembangkan dalam diri siswa melalui pembelajaran di sekolah sehingga pembelajaran matematika menjadi lebih bermakna bagi siswa. NCTM (2000) menjadikan kemampuan pemecahan masalah sebagai standar kemampuan matematis yang harus dimiliki siswa tentunya berdasarkan pentingnya kemampuan tersebut dalam menyelesaikan masalah matematis maupun masalah dalam kehidupan sehari-hari.

Pentingnya kemampuan pemecahan masalah yang telah dijelaskan ternyata tidak selaras dengan fakta di sekolah, bahwa banyak siswa yang mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya, tidak terkecuali materi pertidaksamaan. Beberapa penelitian telah dilakukan mengenai pertidaksamaan, baik pertidaksamaan aljabar secara umum maupun pertidaksamaan rasional secara khusus. Banyak penelitian telah menunjukkan kesulitan siswa di beberapa tingkat sekolah terkait konsep yang difokuskan pada berbagai cara memperkenalkan aljabar seperti pemecahan persamaan, manipulasi ekspresi aljabar, pemecahan masalah, dan penanganan konsep dasar seperti konsep variabel (Bednarz, Kieran, & Lee, 1996).

Penelitian dengan topik pertidaksamaan diantaranya penelitian yang dilakukan oleh Tsamir & Bazzini (2004) yang dilakukan di sebuah sekolah menengah di Israel. Fokus utama dari penelitian ini yaitu melihat reaksi siswa Israel terhadap nilai solusi tunggal pada soal pertidaksamaan standar dan non standar. Hasil penelitiannya menunjukkan banyak siswa mengalami kesulitan dalam mengidentifikasi kemungkinan $\{x \mid x = 3\}$ sebagai solusi pertidaksamaan terkait dengan soal non standar. Selain itu dalam menentukan solusi dari soal standar, tugas 'menyelesaikan', hanya sekitar setengah dari jumlah siswa yang berpartisipasi dapat mengidentifikasi $x = 0$ sebagai solusi dari pertidaksamaan $5x^4 \leq 0$. Yang paling menonjol diantara hasil penelitiannya adalah siswa menyimpulkan bahwa solusi dari permasalahan pertidaksamaan aljabar harus berupa pertidaksamaan serta menganggap proses penyelesaian masalah persamaan dan pertidaksamaan aljabar merupakan proses yang sama.

Penelitian lain dilakukan oleh Blanco & Garrote (2007) di Spanyol dengan siswa tahun pertama Pra-Universitas (*Bachillerato*) yang berusia 16-17 tahun. Penelitian ini bertujuan menentukan dan menganalisis beberapa kesalahan dan kesulitan khususnya pada kesulitan yang diamati dan kesalahan relatif terhadap keterampilan pertidaksamaan aljabar dengan tujuan meningkatkan proses belajar-mengajar topik ini. Hasil penelitian ini menunjukkan sebagian besar siswa memiliki pemahaman yang kurang tentang konsep pertidaksamaan karena kurangnya pemahaman terhadap aritmatika. Di satu sisi, aritmatika masih menjadi acuan mendasar bagi siswa yang membuat kesalahan dalam prosedur aljabar, dan di sisi lain, ketiadaan makna adalah penyebab utama kegagalan untuk memahami konsep dan proses aljabar.

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Botty et al (2015) di sekolah menengah Brunei Darussalam. Fokus utama dari penelitian ini untuk menyelidiki area atau item mana yang menurut siswa mudah atau sulit pada topik pertidaksamaan aljabar. Hasil penelitiannya menunjukkan siswa bingung dengan nilai bilangan bulat negatif. Ada juga siswa yang melakukan kesalahan karena ceroboh. Misalnya, siswa diminta untuk menggambar $x < -1$. Siswa mengetahui bahwa nilainya berkurang tetapi siswa menarik garis bilangan ke kanan. Kesalahan ini dapat dianggap sebagai kecerobohan. Siswa memiliki dasar-dasar yang buruk dalam menyelesaikan aljabar.

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Cetin (2022) di Turki. Penelitian ini bertujuan mengetahui kesulitan yang dialami siswa dalam penyelesaian pertidaksamaan yang memuat pertidaksamaan pada persamaan umum dan rasional (proporsional). Penelitian selanjutnya oleh P Tsamir & Almog (2001) yang berkaitan dengan cara berpikir siswa sekolah menengah tentang pertidaksamaan linier, kuadrat, rasional, dan akar kuadrat dan juga penelitian studi kolaboratif di negara Italia dan Turki yang dilakukan oleh Pessia Tsamir & Bazzini (2004) dengan tujuan penelitiannya adalah untuk menyelidiki cara siswa bereaksi terhadap tugas standar dan non standar yang mendasari ide matematika yang sama. Lebih khusus, kedua peneliti tersebut memberi tugas kepada siswa untuk menguji kemampuannya untuk memecahkan pertidaksamaan yang disajikan dengan cara yang biasa mereka lakukan di kelas

mereka, dan tugas yang melibatkan pertidaksamaan disajikan dengan cara yang berbeda. Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Anggoro & Prabawanto (2019) yang bertujuan untuk mengetahui bagaimana pemahaman konseptual mahasiswa S1 tentang pertidaksamaan rasional menentukan adanya kesulitan dan miskonsepsi ketika berhadapan dengan tugas pertidaksamaan rasional dengan mempertimbangkan indikator yang diadaptasi dari indikator pemahaman konseptual. Hasilnya menunjukkan bahwa pada langkah mengidentifikasi dan menentukan tujuan masalah, siswa telah memahami arti himpunan penyelesaian adalah nilai x yang memenuhi pertidaksamaan pada masalah. Sebagian besar siswa memiliki strategi yang sama, namun terdapat perbedaan dalam pengelompokan ekspresi rasional, seperti siswa 1 dan siswa yang melakukan “perkalian silang” sedangkan yang lain mengurangi dua ruas dengan ekspresi matematis di ruas kanan.

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Pratiwi & Rosjanuardi (2020) yang bertujuan untuk menganalisis jawaban siswa mengenai pertidaksamaan rasional dan irasional. Hasilnya menunjukkan bahwa terdapat enam kategori kesalahan siswa yaitu menyelesaikan pertidaksamaan rasional, mencari pembuat nol pada pembilang dan penyebut pertidaksamaan rasional, kesalahan yang muncul dari masalah dengan faktorisasi persamaan kuadrat, salah dalam menerapkan sifat distribusi, mengabaikan aturan pertidaksamaan irasional, dan salah mengartikan tanda pertidaksamaan. Selain itu penelitian tersebut menyimpulkan penggunaan garis bilangan cukup membantu siswa dalam menyelesaikan pertidaksamaan rasional dan irasional jika siswa memahami aturan pertidaksamaan rasional dan irasional serta mampu menginterpretasikan tanda pertidaksamaan pada garis bilangan. Penelitian terakhir dilakukan oleh Annizar et al (2020) mengenai penelitian kepada calon guru dalam menyelesaikan masalah pertidaksamaan rasional. Hasilnya siswa melakukan “perkalian silang” dalam menyelesaikan permasalahan pertidaksamaan rasional yang mana hal tersebut tidak dibenarkan dalam konsep penyelesaian pertidaksamaan rasional.

Berdasarkan beberapa penelitian yang diungkapkan di atas diperoleh kesimpulan bahwa masih banyak siswa yang mengalami kesalahan dan

kesulitan dalam proses pengerjaannya di mana kesulitan ini berpotensi menyebabkan kesulitan pada materi lain dalam matematika. kesulitan-kesulitan tersebut bisa terjadi karena beberapa faktor. Pertama faktor didaktis, faktor ini memungkinkan adanya ketidaksesuaian antara lintasan belajar siswa dengan sajian bahan ajar atau metode mengajar yang diberikan. Kedua faktor materi, pada hakikatnya materi di matematika memiliki kompleksitas yang di mana setiap siswa tidak mudah untuk memahaminya. Ketiga faktor kognitif siswa, faktor ini juga bisa menjadi salah satu faktor yang menyebabkan terjadinya kesulitan tersebut. Proses pembelajaran di kelas tidak selalu berjalan mulus sesuai harapan. Situasi serta alur belajar yang dikembangkan guru ada kalanya menjadi penyebab munculnya kesalahan atau kesulitan bagi siswa. Demikian juga dengan intervensi guru baik didaktis maupun pedagogis juga memungkinkan menjadi penyebab terjadinya kesulitan atau hambatan bagi proses belajar (Didi Suryadi, 2019). Faktor didaktis, materi, dan kognitif siswa tersebut tentunya harus mendapat perhatian khusus untuk meminimalisir siswa mengalami kesulitan belajar.

Pada praktiknya, secara naluriah siswa tetap berpotensi merasakan kondisi kesulitan belajar, di mana kesulitan belajar itu pada akhirnya akan mengakibatkan hambatan belajar (*learning obstacle*). Terdapat 3 faktor penyebab *learning obstacle* yang dirasakan siswa menurut Brousseau (2002) yakni *ontogenic obstacle* yang merupakan hambatan belajar yang terjadi karena keterbatasan yang terjadi di dalam diri siswa pada suatu proses pengembangan diri yang berkaitan dengan kesiapan mental belajar siswa, *didactical obstacle* merupakan hambatan yang muncul dari metode ataupun pendekatan yang dipakai guru ketika proses pembelajaran, dan *epistemological obstacle* yaitu hambatan dikarenakan pengetahuan terbatas yang dimiliki siswa hanya dalam konteks tertentu. Faktor penyebab hambatan belajar tersebut tentunya dapat menjadi evaluasi bagi guru untuk merancang suatu pembelajaran sebagai salah satu cara meminimalisir potensi terjadinya *learning obstacle*.

Guna meminimalisir *learning obstacle*, guru seharusnya selalu mengembangkan situasi didaktis berdasarkan *learning obstacle* yang

ditemukan pada siswa, RPP yang digunakan dan juga buku ajar, menganalisis situasi belajar yang terjadi sebagai respon atas situasi didaktis yang dikembangkan, serta mengambil keputusan-keputusan yang tepat selama proses pembelajaran berlangsung. Untuk mencapai sebuah tujuan pembelajaran yang di tetapkan guru, setiap siswa memiliki alur belajar (*learning trajectory*) sendiri yang bersifat unik

Berdasarkan pemaparan di atas, penelitian tentang pertidaksamaan sudah banyak dilakukan oleh peneliti, namun penelitian mengenai pertidaksamaan rasional relatif masih sedikit. Dari penjelasan sebelumnya disimpulkan bahwa topik pertidaksamaan rasional penting untuk diteliti karena beberapa faktor, yaitu topik pertidaksamaan rasional merupakan salah satu bagian dari aljabar yang penting untuk dipelajari. Selain itu, berdasarkan hasil penelitian sebelumnya ditemukan kesalahan atau kesulitan siswa dalam menyelesaikan penyelesaian pertidaksamaan rasional di mana topik pertidaksamaan rasional juga menjadi konsep pendukung pada topik matematika lainnya. Meskipun penelitian yang sudah disebutkan sebelumnya mengungkapkan kesulitan dan miskonsepsi siswa yang berhubungan dengan pertidaksamaan, namun penelitian tersebut belum sampai membahas mengenai keberlanjutan hasil analisis dan langkah apa yang akan diambil untuk meminimalisir miskonsepsi terulang kembali. Oleh karena itu kajian yang lebih lanjut akan dilakukan berfokus pada menganalisis *learning obstacle* yang di alami oleh siswa serta mengembangkan desain didaktis dalam proses pembelajaran tujuannya agar *learning obstacle* yang dialami oleh siswa bisa diminimalisir.

Desain didaktis yang dibuat nantinya akan mempertimbangkan hasil dari analisis *learning obstacle* khususnya yang bersifat epistemologis (*epistemological obstacle*) yang pada hakekatnya merupakan pengetahuan seseorang yang hanya terbatas pada konteks tertentu. “Jika orang tersebut dihadapkan pada konteks berbeda, maka pengetahuan yang dimiliki menjadi tidak bisa digunakan atau dia mengalami kesulitan untuk menggunakannya” (Suryadi, 2013).

1.2. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menganalisis *learning obstacle* yang dialami siswa dalam menyelesaikan pertidaksamaan rasional, merancang *learning trajectory* dan desain didaktis rekomendasi untuk meminimalisir *learning obstacle* yang dialami oleh siswa.

1.3. Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan latar belakang dan tujuan penelitian yang telah dipaparkan sebelumnya, pertanyaan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana karakteristik *learning obstacle* yang dialami siswa dalam menyelesaikan masalah matematis pada materi pertidaksamaan rasional?
2. Bagaimana *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berdasarkan analisis *learning obstacle* siswa pada materi pertidaksamaan rasional?
3. Bagaimana desain didaktis rekomendasi berdasarkan analisis *learning obstacle* dan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) pada pembelajaran pertidaksamaan rasional?

1.4. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat dan masukan dalam dunia pendidikan, yaitu:

1. Manfaat Teoritis

Memberikan wawasan, pengetahuan, dan informasi mengenai *learning obstacle* yang dialami siswa beserta desain didaktis rekomendasi dalam menyelesaikan pertidaksamaan rasional.
2. Manfaat Praktis
 - a. Bagi peneliti, penelitian ini dapat memberikan gambaran mengenai *learning obstacle* dan *learning trajectory* yang dialami oleh siswa dalam menyelesaikan masalah pertidaksamaan rasional yang kemudian hasil dari analisis *learning obstacle* dan *learning trajectory* tersebut dapat digunakan sebagai acuan dalam menyusun suatu desain didaktis yang diharapkan dapat meminimalisir *learning obstacle* yang terjadi kemudian hari.

- b. Bagi guru, penelitian ini diharapkan dapat menjadi informasi bagi guru mengenai adanya *learning obstacle* yang dialami oleh siswa pada materi pertidaksamaan rasional.
- c. Bagi siswa, desain didaktis yang dihasilkan dari penelitian ini diharapkan dapat membuat siswa dapat menyelesaikan masalah pertidaksamaan rasional sehingga *learning obstacle* yang dialami bisa terminimalisir.

1.5. Definisi Operasional

Dalam penelitian ini terdapat beberapa istilah yang dianggap perlu untuk dijelaskan definisinya. Penjelasan beberapa istilah tersebut dilakukan agar tidak terjadi salah persepsi. Adapun beberapa istilah yang dimaksud diantaranya:

1. Pertidaksamaan rasional yang dimaksud dalam penelitian ini adalah pertidaksamaan berbentuk pecahan dimana pembilang dan penyebutnya merupakan polinomial atau suku banyak. Polinomial tersebut maksimal berderajat dua.
2. *Learning obstacle* yang dimaksud dalam penelitian ini adalah definisi *learning obstacle* yang dikemukakan oleh Brousseau (2002) yaitu suatu situasi di mana proses pemerolehan pengetahuan baru oleh siswa selama proses pembelajaran terhambat atau terbatas, sehingga siswa mengalami permasalahan dalam belajar. Terdapat tiga jenis *learning obstacle*, yaitu: 1) *epistemological obstacle* yang terjadi ketika pengetahuan siswa mengenai suatu objek matematis berfungsi dengan baik dalam konteks masalah tertentu, namun tidak dapat diterapkan dengan tepat pada konteks masalah lainnya. 2) *didactical obstacle* yang terjadi karena kekeliruan penyajian atau pengajaran guru, dalam hal ini desain didaktis yang digunakan guru dalam proses pembelajaran dapat menimbulkan kesalahpahaman untuk siswa dan 3) *ontogenic obstacle* yang terjadi karena aktivitas pembelajaran tidak sesuai dengan tingkat perkembangan kognitifnya.
3. *Hypothetical learning trajectory* adalah alur belajar atau rangkaian langkah-langkah pembelajaran yang dipersiapkan untuk membantu siswa dalam

mencapai tujuan pembelajaran yang mencakup tiga aspek yaitu tujuan pembelajaran, serangkaian tugas yang akan digunakan untuk mendorong pembelajaran siswa dan dugaan tentang cara berpikir dan belajar siswa.

4. Desain didaktis rekomendasi adalah suatu rancangan tertulis mengenai sajian bahan ajar yang memperhatikan 4 tahapan yaitu situasi aksi, formulasi, validasi dan institusionalisasi. Beserta respon siswa maupun antisipasi guru berdasarkan prediksi respon siswa. Penyusunan desain didaktis ini mempertimbangkan *learning obstacle* dan *learning trajectory* yang telah teridentifikasi.